



# Eros

Modelo de  
erosión/sedimentación



## MANUAL DE REFERENCIA

### Eros 3.0



Ministerio de Medio Ambiente  
Dirección General de Costas

Universidad de Cantabria **UC**

**G.I.O.C.**  
Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas





## MANUAL DE REFERENCIA

### Capítulo 1. ACERCA DE ESTE MANUAL

1. ACERCA DE ESTE MANUAL.....	1.1
1.1 Objetivos .....	1.1
1.2 Contenido.....	1.1

### Capítulo 2. PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA

2. PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA .....	2.1
2.1 Introducción .....	2.1
2.2 Modelo de Evolución Morfodinámica Eros.....	2.3
2.2.1 Estructura del modelo Eros .....	2.3
2.2.2 Modelo de propagación del oleaje Oluca-MC .....	2.5
2.2.3 Modelo de propagación del oleaje Oluca-SP .....	2.5
2.2.4 Modelo de corrientes de rotura Copla-MC/SP .....	2.6
2.2.5 Modelo de transporte de sedimentos.....	2.6
2.2.6 Modelo de conservación y estabilidad del sedimento .....	2.13
2.2.7 Modelo de perturbación del oleaje Oluca-Q .....	2.13
2.2.8 Modelo de perturbación de las corrientes de rotura Copla-Q.....	2.16

## **Capítulo 3. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA**

3. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA.....	3.1
3.1 Introducción .....	3.1
3.2 Discretización del dominio .....	3.1
3.3 Ecuación de conservación del sedimento .....	3.2
3.3.1 Paso de tiempo morfológico .....	3.3
3.3.2 Condiciones iniciales y de contorno .....	3.5
3.3.3 Filtros espaciales.....	3.6
3.4 Modelo Oluca-Q.....	3.6

## **Capítulo 4. VALIDACIÓN DEL MODELO Eros**

4. VALIDACIÓN DEL MODELO Eros.....	4.1
------------------------------------	-----

## **Capítulo 5. BIBLIOGRAFÍA**

5. Bibliografía.....	5.1
----------------------	-----

## **CAPÍTULO 1**

---

### **ACERCA DE ESTE MANUAL**

## 1. ACERCA DE ESTE MANUAL

### 1.1 Objetivos

El presente manual comprende una descripción general de las ecuaciones y formulaciones numéricas aplicadas en el modelo Eros (modelo bidimensional y horizontal de evolución morfológica de una playa), así como de la estructura del programa. El programa Eros forma parte del MODELO INTEGRAL de evolución morfológica de una playa debida a la acción del oleaje y a las corrientes de rotura Mopla, el cual forma parte del modelo de análisis a corto plazo de playas, Acordes. Existen dos versiones del modelo en función de que estemos considerando oleaje monocromático (Eros-MC) u oleaje irregular (Eros-SP).

Los objetivos principales de este manual son:

1. Dar una idea general al usuario de las ecuaciones aplicadas en el modelo Eros, sin profundizar en deducciones teóricas, pero sí planteando muy claramente las hipótesis en las cuales se fundamentan y su rango de aplicación. Si el usuario desea analizar en más detalle alguno de estos aspectos, al final del texto se presenta una lista de referencias de cada uno de los temas.
2. Describir la estructura global del modelo, así como detallar las interacciones entre los diversos módulos del mismo.

### 1.2 Contenido

En el capítulo 2, se plantea teóricamente el problema de la evolución morfológica de una playa.

En el capítulo 3, se plantea el modelo numérico de discretización de las ecuaciones, generación de las mallas y condiciones de contorno.

En el capítulo 4, se valida el modelo con un caso teórico.

En el capítulo 5, se incluye las referencias.

## **CAPÍTULO 2**

### **PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA**

## 2. PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA

### 2.1 Introducción

El modelo Eros es un modelo numérico que resuelve las ecuaciones del flujo de sedimentos dentro de la zona de rompientes, así como los cambios en la batimetría asociados a las variaciones espaciales del transporte de sedimentos. Toma como datos de entrada los siguientes:

- Datos de salida del oleaje calculados por el modelo Oluca<sup>1</sup> (ver Manual de Referencia del Oluca-MC y Manual de Referencia del Oluca-SP);
- Datos de salida del campo de corrientes de rotura calculado por el modelo Copla<sup>2</sup> (ver Manual de Referencia del Copla-MC y Manual de Referencia del Copla-SP);
- Datos de características del sedimento de la playa.

Los modelos morfodinámicos para la zona de rompientes son utilizados para predecir la evolución morfológica de una playa en planta (a corto plazo) sometida a la acción de unas determinadas condiciones de oleaje. El concepto “corto plazo” debe entenderse como la escala temporal de validez del modelo (horas – días). Es decir, estos modelos son útiles para simular el comportamiento en planta de una playa sometida a la acción de un temporal (por ejemplo, un estado de mar de 8 horas de duración, con  $H_{rms} = 3$  m y  $T_p = 10$  s).

Los modelos morfodinámicos se basan en el modelado de los procesos físicos que afectan a la playa, propagación del oleaje, corrientes de rotura, transporte de sedimentos y variación de la batimetría. En función de la interacción entre estos componentes se pueden definir dos tipos de modelos:

- Modelos de erosión – sedimentación inicial;
- Modelos de evolución morfodinámica.

Los modelos de erosión-sedimentación inicial (ESI) evalúan la variación de

---

1 Oluca-MC para ondas monocromáticas y Oluca-SP para oleaje irregular

2 Copla-MC para ondas monocromáticas y Copla-SP para oleaje irregular

la batimetría sin tener en cuenta la interacción entre componentes. Esto es, no consideran la influencia de la variación del fondo en la hidrodinámica (oleaje y corrientes), tal y como se aprecia en el diagrama de flujo de la figura 2.1.

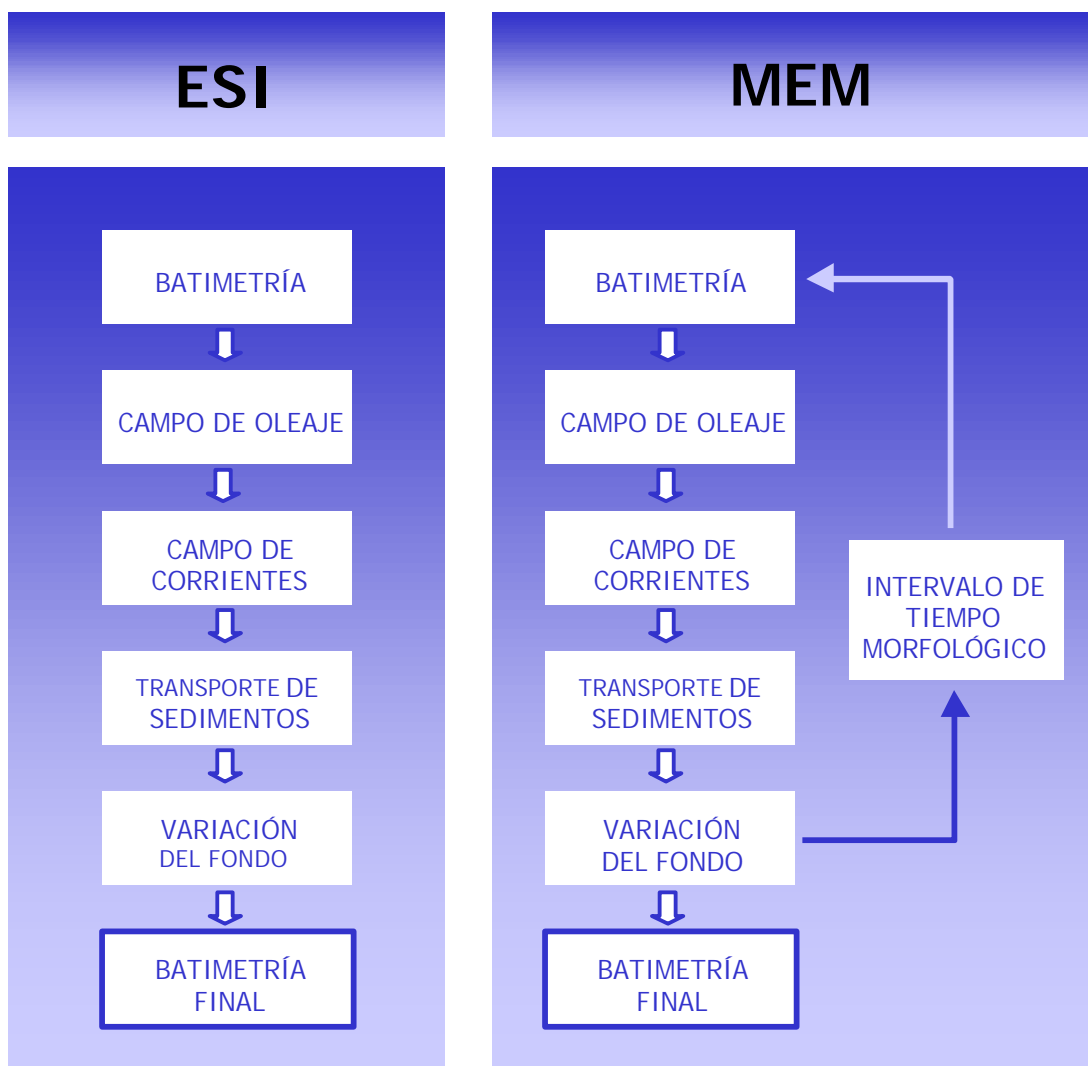


Figura 2.1. Diagramas de flujo de los modelos ESI y MEM

Los modelos de evolución morfodinámica (MEM) tienen en cuenta la interacción entre la variación del fondo y las condiciones hidrodinámicas. En general, se admiten unas condiciones hidrodinámicas estacionarias durante un intervalo de tiempo determinado, que dan lugar a una variación del fondo. Con la nueva batimetría se recalculan las condiciones hidrodinámicas y los nuevos flujos de transporte. Se realiza este ciclo cerrado hasta la finalización del evento que se desea

simular.

El modelo Eros permite la simulación morfodinámica tanto en el modo ESI como en el MEM. El modo ESI permite, de una manera rápida, conocer la tendencia inicial de erosión-sedimentación de una playa sometida a unas determinadas condiciones hidrodinámicas. El modo MEM se emplea cuando se desea tener una estima de las variaciones de la batimetría de una playa frente a la acción de un temporal. Es importante señalar que el tiempo computacional en el modo MEM es mucho mayor que el modo ESI, ya que se deben recalculan tanto el oleaje como las corrientes.

## **2.2 Modelo de evolución morfodinámica Eros**

### **2.2.1 Estructura del modelo Eros**

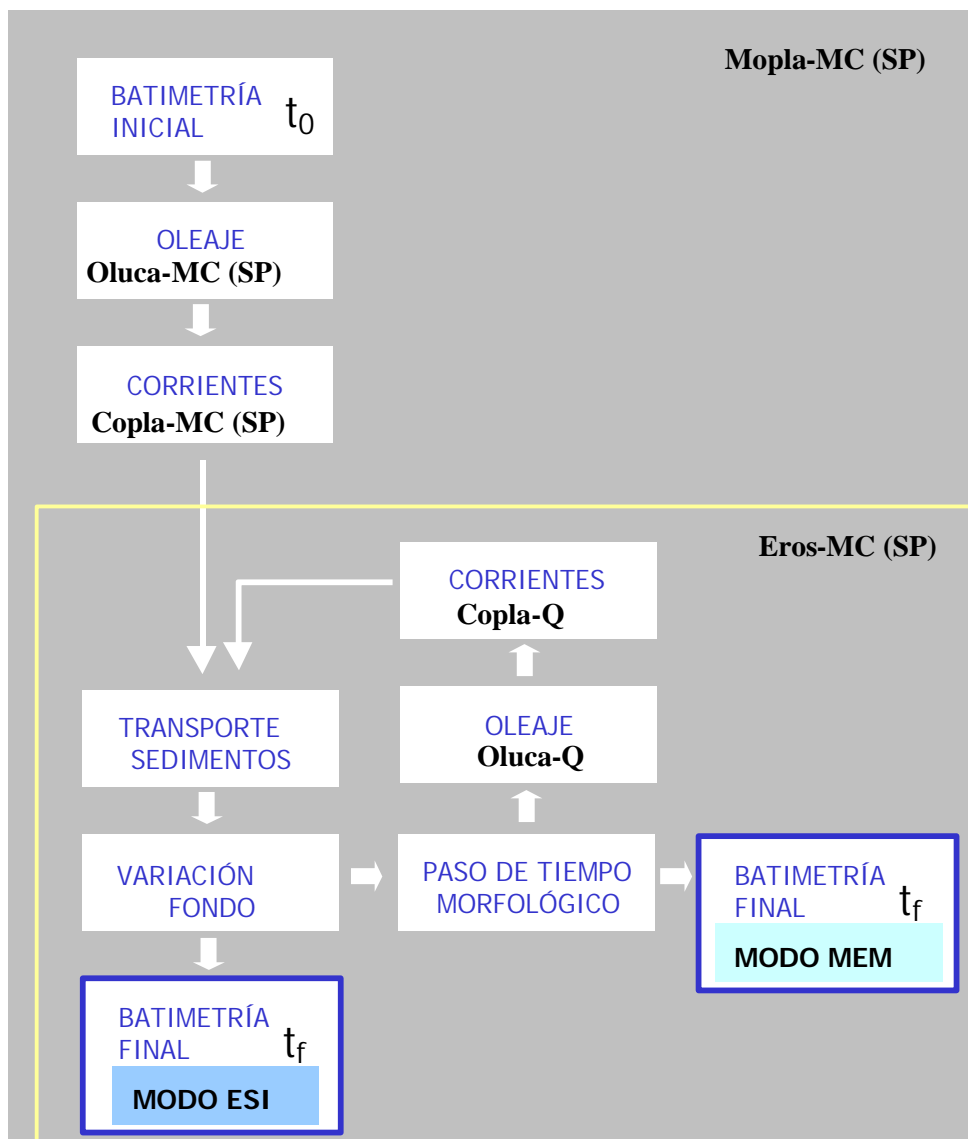
En la simulación de la evolución morfológica de una playa es necesario que cada uno de los elementos que modelan los procesos físicos estén perfectamente integrados dada la fuerte dependencia que existe entre ellos:

- Oleaje
- Corrientes
- Transporte de sedimentos
- Variaciones del fondo.

El modelo Eros se alimenta de los resultados de oleaje (Oluca-MC/SP) y de corrientes (Copla-MC/SP). Con estas condiciones hidrodinámicas, la batimetría inicial y las características del sedimento, el programa calcula el transporte de sedimentos. A partir de los flujos de transporte se obtiene la tasa temporal de variación del fondo. Llegados a este punto caben dos posibilidades: simulación en modo ESI y simulación en modo MEM. En el modo ESI se resuelve la ecuación de conservación del sedimento aceptando que en el intervalo de duración del evento,  $t_f$ - $t_0$ , las condiciones hidrodinámicas no varían. En el modo MEM, sin embargo, el paso de tiempo morfodinámico,  $\Delta t_m$ , depende de dos criterios de estabilidad:

- Criterio de estabilidad numérico de Courant de migración de formas de lecho.
- Máxima variación del fondo admitida.

La estructura de Eros es la siguiente:



Una vez definido el paso de tiempo se resuelve la ecuación de conservación del sedimento. Al cambiar la batimetría, las características hidrodinámicas del sistema han cambiado, siendo necesario, por tanto, volver a calcular el oleaje y las corrientes de rotura. El modelo finaliza al completarse la duración del evento que se está simulando.

A continuación se pasa a describir de forma resumida las características de cada uno de los módulos que componen el modelo Eros.

### **2.2.2 Modelo de propagación del oleaje Oluca-MC**

El modelo Oluca-MC se describe detalladamente en el Manual de Referencia del Oluca-MC.

El modelo resuelve la aproximación parabólica de la ecuación de pendiente suave que incluye los procesos de asomeramiento, refracción, difracción y disipación de energía por rotura. El modelo da como resultado el campo de oleaje (altura de ola y dirección del frente) en todo el dominio de cálculo.

### **2.2.3 Modelo de propagación del oleaje Oluca-SP**

El modelo Oluca-SP se describe detalladamente en el Manual de Referencia del Oluca-SP.

El modelo resuelve la aproximación parabólica de la ecuación de pendiente suave que incluye los procesos de asomeramiento, refracción, difracción y disipación de energía por rotura para un espectro de energía discretizado en frecuencias y direcciones. La disipación de energía por rotura es modelada según diversos modelos recogidos en el estado del arte (Battjes y Janssen, 1978; Thornton y Guza, 1983; Rattanapitikon y Shibayama, 1998). El modelo da como resultado el campo de oleaje (altura de ola significativa y dirección del flujo medio de energía) en todo el dominio de cálculo.

### **2.2.4 Modelos de corrientes de rotura Copla-MC y Copla-SP**

Los modelos Copla-MC y Copla-SP se describen con detalle en los Manuales de Referencia del Copla-MC y Copla-SP.

Este modelo resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes integradas en vertical y promediadas en el período del oleaje. El término forzador que induce el campo de

corrientes y las variaciones del nivel medio son los gradientes del tensor de radiación.

Los resultados del modelo son el campo vectorial de velocidades y el campo de niveles.

### **2.2.5 Modelo de transporte de sedimentos**

El módulo de transporte determina el transporte de sedimentos con base en el campo de oleaje y en el campo de corrientes.

Se han optado por dos formulaciones ampliamente contrastadas en el estado del arte:

- Bailard (1981)
- Soulsby – van Rijn (1997)

Las dos formulaciones computan el transporte total, suma del transporte en suspensión y del transporte por fondo. A continuación se realiza una breve descripción de cada una de ellas.

#### ***2.2.5.1 Formulación de Bailard***

La fórmula derivada por Bailard (1981) puede escribirse como la suma de cuatro términos:

$$\vec{q}_t = \vec{q}_{bo} - \vec{q}_{bs} + \vec{q}_{so} - \vec{q}_{ss}$$

con:

$$\vec{q}_{bo} = \frac{C_f \mathbf{e}_B}{g(s-1)\tan\mathbf{f}} < |\vec{u}|^2 \vec{u} >$$

$$\vec{q}_{bs} = \frac{C_f \mathbf{e}_B \tan \mathbf{b}}{g(s-1) \tan^2 \mathbf{f}} < |\vec{u}|^3 > \vec{i}$$

$$\vec{q}_{so} = \frac{C_f \mathbf{e}_s}{g(s-1) w_s} < |\vec{u}|^3 \vec{u} >$$

$$\vec{q}_{ss} = \frac{C_f \mathbf{e}_s^2 \tan \mathbf{b}}{g(s-1) w_s^2} < |\vec{u}|^5 > \vec{i}$$

donde:

- $g$  = aceleración de la gravedad ( $\text{m/s}^2$ )  
 $s = \frac{\mathbf{r}_s}{\mathbf{r}_w}$ , es la densidad relativa  
 $\mathbf{r}_s$  = densidad del sedimento ( $\text{ton/m}^3$ )  
 $\mathbf{r}_w$  = densidad del agua ( $\text{ton/m}^3$ )  
 $C_f$  = coeficiente de fricción, tal que  $\vec{\mathbf{f}} = \mathbf{r} C_f |\vec{u}| \vec{u}$   
 $\vec{\mathbf{f}}$  = tensión tangencial en el fondo ( $\text{Nw/m}^2$ )  
 $\vec{u}$  = velocidad en el fondo debida a la acción conjunta de ola-corriente ( $\text{m/s}$ )  
 $\phi$  = ángulo de rozamiento interno del sedimento ( $^\circ$ )  
 $\tan \mathbf{b}$  = pendiente del lecho (-)  
 $\vec{i}$  = vector unitario en la dirección pendiente arriba (-)  
 $w_s$  = velocidad de caída de grano ( $\text{m/s}$ )  
 $\mathbf{e}_B$  = factor de eficiencia del transporte por fondo (=0.1)  
 $\mathbf{e}_s$  = factor de eficiencia del transporte en suspensión (=0.02)  
 $< . >$  = es un promedio temporal  
 $||$  = valor absoluto

Los términos representan:

- $\vec{q}_t$  = transporte total por fondo y suspensión ( $q_x, q_y$ )  
 $\vec{q}_{bo}$  = transporte por fondo sobre lecho plano  
 $\vec{q}_{bs}$  = transporte por fondo debido al efecto de la pendiente  
 $\vec{q}_{so}$  = transporte en suspensión sobre lecho plano

$\vec{q}_{ss}$  = transporte en suspensión debido al efecto de la pendiente.

El vector velocidad en el fondo se puede expresar de la siguiente manera:

$$\vec{u} = \vec{u}_{orb} + \vec{\bar{u}}$$

donde:

$\vec{u}_{orb}$  = es el vector velocidad en el fondo debido al oleaje ( $u_{orb,x}$ ,  $u_{orb,y}$ )

$\vec{\bar{u}}$  = es el vector de velocidad media integrada en la vertical (corriente de rotura),  $(\bar{u}, \bar{v})$ .

Admitiendo una descomposición de la velocidad según los ejes  $x$  e  $y$  se tiene:

$$\vec{\bar{u}} = (u_{orb,x} + \bar{u})\vec{i} + (u_{orb,y} + \bar{v})\vec{j}$$

donde la velocidad orbital en teoría lineal se define como:

$$u_{orb} = \frac{pH}{T \sinh(kh)}$$

$u_{orb,x} = u_{orb} \cos \mathbf{q}$  ;  $u_{orb,y} = u_{orb} \sin \mathbf{q}$  donde  $k$  es el número de onda,  $T$  es el período,  $h$  es la profundidad,  $H$  es la altura de ola,  $\mathbf{q}$  es el ángulo de incidencia del oleaje.

Para oleaje irregular, Soulsby (1997) propone utilizar los parámetros espectrales período de pico,  $T_p$ , y altura de ola cuadrática media,  $H_{rms}$  para sustituir a  $T$  y a  $H$ . Además, en este modelo se asume que el ángulo de incidencia del oleaje,  $\mathbf{q}$ , corresponde con la dirección del flujo de energía medio,  $\mathbf{q}_m$ .

### 2.2.5.2 Formulación de Soulsby – van Rijn

Soulsby (1997) deduce una expresión analítica experimental que aproxima de manera bastante aproximada la formulación para ola-corriente de van Rijn (1993).

La fórmula evalúa tanto el transporte por fondo como por suspensión sobre

fondo horizontal.

$$q_t = A_s \bar{U} \left[ \left( \bar{U}^2 + \frac{0.018}{C_D} U_{rms}^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \bar{U}_{cr} \right]^{2.4}$$

donde:

$$q_t = (q_x, q_y)$$

$$A_s = A_{sb} + A_{ss}$$

$$A_{sb} = \frac{0.005h \left( \frac{D_{50}}{h} \right)^{1.2}}{[(s-1)g D_{50}]^{1.2}}$$

$$A_{ss} = \frac{0.012D_{50}D_*^{-0.6}}{[(s-1)gD_{50}]^{1.2}}$$

$\bar{U}$  = velocidad promediada en vertical ( $\bar{u}, \bar{v}$ )

$U_{rms}$  = velocidad orbital cuadrática-media,  $U_{rms} = (u_{orb}, v_{orb,y})_{rms}$

$$C_D = \left[ \frac{0.40}{\ln\left(\frac{h}{z_o} - 1\right)} \right]^2 = \text{coeficiente de fricción debido a corriente}$$

$\bar{U}_{cr}$  = velocidad crítica de inicio de movimiento, (asumiendo la rugosidad efectiva

$$K_s = 3D_{90}, D_{90} = 2D_{50})$$

$$\bar{U}_{cr} = 0.19(D_{50})^{0.1} \log_{10} \left( \frac{4h}{D_{90}} \right) \quad 0.1 \leq D_{50} \leq 0.5mm$$

$$\bar{U}_{cr} = 8.5(D_{50})^{0.6} \log_{10} \left( \frac{4h}{D_{90}} \right) \quad 0.5 \leq D_{50} \leq 2mm$$

- $h$  = profundidad  
 $D_{50}$  = diámetro medio del sedimento  
 $D_{90}$  = diámetro que es superado por un 10% en peso  
 $z_0$  = rugosidad del fondo ( $\cong 0.006$  m)  
 $s$  = densidad relativa  
 $g$  = aceleración de la gravedad  
 $\nu$  = viscosidad cinemática del agua ( $\nu = 2 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s)  
 $D_* = \left[ \frac{g(s-1)}{\nu^2} \right]^{1/3} D_{50}$

### 2.2.5.3 Influencia de la pendiente del fondo

El modelo Eros tiene en cuenta el efecto de la pendiente del fondo en el inicio del transporte (ver van Rijn, 1993). Así, el efecto que tiene en la tensión crítica una pendiente longitudinal es:

$$\frac{t_{acr}}{t_{cr}} = K_a = \frac{\text{sen}(\mathbf{f} - \mathbf{a})}{\text{sen} \mathbf{f}} \text{ flujo en dirección a la pendiente } (K_a < 1)$$

$$\frac{t_{acr}}{t_{cr}} = K_a = \frac{\text{sen}(\mathbf{f} + \mathbf{a})}{\text{sen} \mathbf{f}} \text{ flujo contra pendiente } (K_a > 1)$$

donde:

- $\alpha$  = pendiente longitudinal del fondo  
 $\phi$  = ángulo de rozamiento interno  
 $t_{cr}$  = esfuerzo crítico de inicio de movimiento en fondo plano  
 $(t_{cr} = q_{cr}(\mathbf{r}_s - \mathbf{r})gD_{50})$   
 $q_{cr}$  = parámetro crítico de inicio de movimiento de Shields.

$t_{acr}$  = esfuerzo crítico de inicio de movimiento en pendiente longitudinal.

El efecto que tiene en la tensión crítica una pendiente transversal es el siguiente:

$$\frac{t_{bcr}}{t_{cr}} = K_b = \left[ 1 - \frac{\tan^2 b}{\tan^2 f} \right]^{1/2} \cos b$$

donde:

$\beta$  = pendiente transversal al flujo

$\tau_{\beta cr}$  = esfuerzo crítico de inicio de movimiento en fondo con pendiente transversal.

El efecto combinado se puede aproximar de la siguiente manera:

$$\frac{t_{bcr}}{t_{cr}} = K_a \cdot K_b$$

Es decir, la tensión crítica de inicio de movimiento depende de dos factores,  $K_a$  y  $K_b$ , cada uno de los cuales evalúa el efecto que tiene la pendiente del fondo sobre un flujo longitudinal y transversal, respectivamente.

#### **2.2.5.4. Diámetro equivalente para el transporte**

Las formulaciones de transporte que se han presentado evalúan las tasas de transporte para un determinado tamaño de grano. Sin embargo, las playas presentan distribuciones granulométricas muy diferentes de la homogénea por lo que representar el transporte a través de un único parámetro,  $D_{50}$  puede dar lugar a resultados erróneos.

Van Rijn (1993) obtuvo el diámetro equivalente para transporte en suspensión de una mezcla de tal forma que dicho diámetro transportara lo mismo que la distribución granulométrica:

$$D_{eq} = [1 + 0.011(s_s - 1)(T - 25)]D_{50} \quad 0 \leq T \leq 25$$

$$= D_{50} \quad T \geq 25$$

donde:

$$s_s = \frac{1}{2} \left( \frac{D_{84}}{D_{50}} + \frac{D_{50}}{D_{16}} \right)$$

$$T = \frac{t'_{b,c} - t_{b,cr}}{t_{b,cr}}$$

$$t'_{b,c} = rg \left( \frac{\bar{U}}{C'} \right)^2$$

$$C' = 18 \log_{10} \left( \frac{12h}{3D_{90}} \right)$$

$\bar{U}$  = velocidad promediada en la profundidad

$$t_{b,cr} = t_{b,cr,0} \cdot K_a \cdot K_b$$

$$t_{b,cr,0} = q_{cr} \cdot g(r_s - r) D_{50}$$

$$q_{cr} = \frac{0.3}{1 + 1.2D_*} + 0.055[1 - \exp(-0.02D_*)]$$

$$D_* = \left[ \frac{g(s-1)}{u^2} \right]^{1/3} D_{50}$$

## **2.2.6 Modelo de conservación y estabilidad del sedimento**

### ***2.2.6.1 Ecuación de conservación del sedimento***

Una vez calculado el vector transporte de sedimentos,  $\vec{q}_t = (q_x, q_y)$ , se

resuelve la ecuación de conservación del sedimento:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{1-n} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right)$$

donde:

$h$  = calado (m)

$n$  = porosidad (-)

### **2.2.6.2 Criterios de estabilidad**

Se ha aplicado un criterio de estabilidad físico basado en la estabilidad de taludes: si la pendiente en algún punto de la batimetría excede el ángulo de rozamiento interno del sedimento se produce una avalancha de material hasta alcanzar el equilibrio.

### **2.2.7 Modelo de perturbación del oleaje Oluca-Q**

Los Modelos de Evolución Morfológica MEM recalculan continuamente el campo de oleaje ralentizando la simulación. Cada vez que se calcula el transporte y las variaciones de la batimetría, las características del oleaje (magnitud de la onda y dirección) varían.

Con objeto de simplificar la tarea de cálculo, el Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas (G.I.O.C.) ha desarrollado un modelo, Oluca-Q, el cual, a partir del campo de oleaje inicial obtiene los nuevos campos de oleaje (Méndez y Medina, 2001).

Es importante señalar que el modelo que se va a proponer asume oleaje monocromático. Esto es, las variables utilizadas son  $H$ ,  $T$ ,  $q$  y  $k$ . Si el oleaje ha sido calculado con Oluca-SP, se asume que las variables que utiliza el modelo Oluca-Q son  $H_{rms}$ ,  $T_p$ ,  $q_m$  y  $k_p$  (número de onda asociado al período de pico). En el desarrollo que se muestra a continuación se omitirá los subíndices, no haciendo distinción entre oleaje monocromático y espectral.

El requisito indispensable para la aplicabilidad del modelo es que las

variaciones máximas en la batimetría entre dos pasos morfodinámicos deben ser pequeñas, 0 (10 cm). Con esta condición, se puede admitir las variaciones de la batimetría, como una perturbación:

$$h \longrightarrow h + dh$$

donde:

$h$  = calado en un punto del dominio (m)

$dh$  = perturbación del fondo inducida por el transporte (m).

Si el calado ha variado de forma infinitesimal, el campo de oleaje también se habrá perturbado de la misma manera:

$$H \longrightarrow H + dH$$

$$q \longrightarrow q + dq$$

donde:

$H$  = altura de ola (m)

$dH$  = variación de altura de ola inducida por las variaciones del fondo (m)

$q$  = ángulo de la onda

$dq$  = variación del ángulo inducida por las variaciones del fondo.

La hipótesis fundamental del modelo es que las variaciones del campo de oleaje, inducidas por las variaciones del fondo, se deben solamente a fenómenos de refracción y asomeramiento; es decir, no se tiene en cuenta la difracción.

Bajo esta hipótesis, se debe perturbar las siguientes ecuaciones para obtener  $dH$  y  $dq$ :

- irrotacionalidad del número de onda:

$$\frac{\partial(k \sin q)}{\partial x} - \frac{\partial(k \cos q)}{\partial y} = 0$$

- conservación del flujo de energía:

$$\frac{\partial}{\partial x}(EC_g \cos \mathbf{q}) + \frac{\partial}{\partial y}(EC_g \sin \mathbf{q}) = 0$$

donde:

$k$  = número de onda que cumple la relación de dispersión  $\mathbf{s}^2 = gk \tanh kh$

$\mathbf{s}$  = frecuencia angular de la onda

$C_g$  = celeridad de grupo

$$C_g = c n$$

$c$  = celeridad de la onda  $c = \mathbf{s}/k$

$$n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

$E$  = energía de la onda  $E = \frac{1}{8} \rho g H^2$

Las ecuaciones perturbadas son:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{d}k \sin \mathbf{q} + k \cos \mathbf{q} \mathbf{d}q) - \frac{\partial}{\partial y}(\mathbf{d}k \cos \mathbf{q} - k \sin \mathbf{q} \mathbf{d}q) = 0 \rightarrow \mathbf{d}q$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{d}E C_g \cos \mathbf{q} + E \cos \mathbf{q} \mathbf{d}C_g - EC_g \sin \mathbf{q} \mathbf{d}q) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y}(\mathbf{d}E C_g \sin \mathbf{q} + E \sin \mathbf{q} \mathbf{d}C_g + EC_g \cos \mathbf{q} \mathbf{d}q) = 0 \rightarrow \mathbf{d}H$$

donde:

$$\mathbf{d}k = \frac{-2k^2}{\sinh 2kh + 2kh} \mathbf{d}h$$

$$\mathbf{d}c = -\frac{\mathbf{s}}{k^2} \mathbf{d}k$$

$$\mathbf{d}n = \frac{h \mathbf{d}k + k \mathbf{d}h}{\sinh 2kh} \left( 1 - \frac{2kh}{\tanh 2kh} \right)$$

$$dC_g = \frac{S}{k} dn - \frac{S}{k^2} n dk$$

$$dE = 2HdH \frac{1}{8} rg$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones perturbadas obteniendo  $dH$  y  $dq$ . Finalmente, tras las variaciones del fondo el nuevo campo de oleaje queda:

$$H' = H + dH$$

$$q' = q + dq$$

### 2.2.8 Modelo de perturbación de las corrientes de rotura Copla-Q

De forma paralela a como sucede con el oleaje, las variaciones del fondo junto con las variaciones de altura de ola y dirección, modifican las corrientes de rotura y el nivel medio, ya que el término forzador (tensor de radiación) es perturbado. Para un tren de ondas monocromático resulta:

$$S_{xx} = E \left( n \cos^2 q + n - \frac{1}{2} \right) \rightarrow$$

$$dS_{xx} = dE \left( n \cos^2 q + n - \frac{1}{2} \right) + E (\cos^2 q + 1) dn - En \sin 2q dq$$

$$S_{yy} = E \left( n \sin^2 q + n - \frac{1}{2} \right) \rightarrow$$

$$dS_{yy} = dE \left( n \sin^2 q + n - \frac{1}{2} \right) + E (\sin^2 q + 1) dn + En \sin 2q dq$$

$$S_{xy} = E \sin q \cos q \rightarrow$$



$$dS_{xy} = dE \sin q \cos q + E \cos 2q dq$$

Así, el modelo Copla-Q resuelve las corrientes de rotura (ver Manual de Referencia del Copla-MC) a partir del nuevo tensor de radiación:

$$S'_{xx} = S_{xx} + dS_{xx}$$

$$S'_{yy} = S_{yy} + dS_{yy}$$

$$S'_{xy} = S_{xy} + dS_{xy}$$

obteniendo el nuevo campo de corrientes:

$$U' = U + dU$$

$$V' = V + dV$$

$$h' = h + dh$$

## **CAPÍTULO 3**

### **FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA**

## **3. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA**

### **3.1 Introducción**

En el presente capítulo se describe la resolución numérica de los problemas, cuyas ecuaciones han sido presentadas en el capítulo anterior. En el segundo apartado se describe la discretización del dominio. En el tercer apartado se discretizan las ecuaciones de conservación del sedimento y se establecen las condiciones iniciales y de contorno y se analiza la estabilidad numérica del modelo. En el cuarto apartado se muestra el esquema numérico adoptado en el modelo Oluca-Q.

### **3.2 Discretización del dominio**

Para la aplicación del modelo a un caso general, las ecuaciones presentadas en el capítulo interior se resuelven mediante un método de diferencias finitas sobre una malla rectangular.

La resolución numérica de las ecuaciones requiere transformar el dominio continuo en dominio discreto, formado por una red más o menos densa de puntos o nodos en los que se definen cada una de las variables que intervienen en el problema.

Dado que el modelo Eros-MC/SP emplea los resultados de la propagación del modelo Oluca-MC/SP y los resultados de las corrientes de rotura del modelo Copla-MC/SP, las mallas con la batimetría son las mismas.

En la figura 3.1 se presenta un esquema de la malla de referencia con la orientación del sistema de ejes de referencia y dimensionamiento.

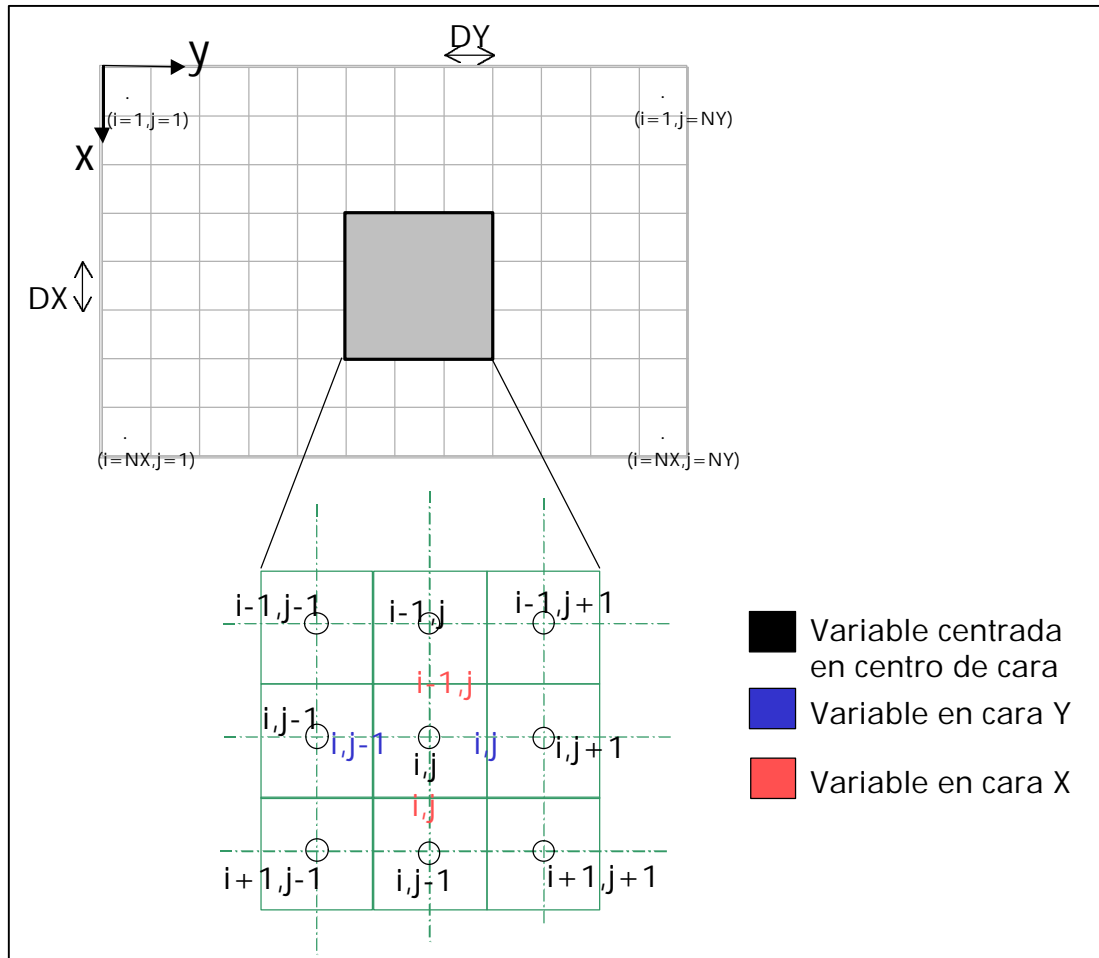


Figura 3.1

### 3.3 Ecuación de conservación del sedimento

La ecuación de continuidad del sedimento se resuelve utilizando un esquema explícito centrado en el espacio y adelantado en el tiempo, (FCTS=Forward – Time Central – Space). Para corregir la difusión numérica que genera este esquema, se afecta a las tasas de transporte  $q_x$  y  $q_y$  de un factor que depende de la pendiente local y que corrige la difusión:

$$q_x^* = q_x \left( 1 + a_1 \frac{\partial h}{\partial x} \right)$$

$$q_y^* = q_y \left( 1 + a_1 \frac{\partial h}{\partial y} \right)$$

donde:

$(q_x^*, q_y^*)$  es el vector de transporte que se va a introducir en la ecuación de conservación del sedimento y  $a_1$  es un coeficiente que se puede aproximar como:

$$a_1 = \frac{a_2 b(\Delta x, \Delta y)}{2h}$$

siendo:

$a_2$  = coeficiente (1 – 5)

$\beta$  = potencia de la fórmula (3-4)

$h$  = calado

$\Delta x, \Delta y$  = tamaño de la celda.

Finalmente, resulta:

$$\frac{h_{ij}^{t+1} - h_{ij}^t}{\Delta t_m} = \frac{1}{1-n} \left( \frac{q_{x,i,j}^* - q_{x,i-1,j}^*}{\Delta x} + \frac{q_{y,i,j}^* - q_{y,i,j-1}^*}{\Delta y} \right)$$

### **3.3.1 Paso de tiempo morfológico**

#### ***3.3.1.1 Criterio de Courant***

Al utilizarse un esquema explícito en la resolución numérica de la ecuación de conservación del sedimento, el número de Courant debe ser menor que uno (1).

Para un número de Courant dado, el máximo paso de tiempo resulta:

$$\Delta t = \frac{s \Delta x}{C_b}$$

donde:

$\sigma$  = número de Courant (-)

$C_b$  = celeridad de propagación de las variaciones del lecho.

Asumiendo que  $C_b$  se puede expresar en función de la potencia de la fórmula de transporte ( $b$ ) y del caudal de transporte ( $q_t$ )  $C_b$  resulta:

$$C_b = \frac{b q_t}{(1-n)h}$$

Finalmente, el paso de tiempo óptimo es:

$$\Delta t_1 = \frac{s}{b} \frac{\Delta x}{q_t} h$$

El valor mínimo de  $Dt_1$  a lo largo de todo el dominio de cálculo, determina el paso de tiempo morfodinámico por el criterio de Courant.

### 3.3.1.2 Máxima perturbación del fondo admisible

Como ya se ha visto en el capítulo 2, el modelo Oluca-Q calcula las variaciones del campo de oleaje inicial a partir del campo de oleaje inicial y de las variaciones de la batimetría. Para poder aplicar este método es necesario que las variaciones del fondo sean lo suficientemente pequeñas como para admitir la teoría de las perturbaciones. En las pruebas realizadas, se ha comprobado que para una variación máxima del fondo del orden de  $Dh_{max} = 10$  cm (5 cm – 30 cm), los resultados del campo de oleaje perturbado son satisfactorios.

Si la máxima variación del fondo permitida es  $Dh_{max}$ , el paso de tiempo morfodinámico  $Dt_2$  se puede calcular como:



$$\frac{\Delta h_{max}}{\Delta t_2} = \frac{1}{1-n} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_s}{\partial y} \right) \rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta h_{max}}{\frac{1}{1-n} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_s}{\partial y} \right)}$$

Es decir, el valor máximo en todo el dominio de la divergencia del campo vectorial de transporte define el paso de tiempo  $\Delta t_2$ .

Una vez definidos los dos criterios de estabilidad, el paso de tiempo morfodinámico queda definido como:

$$\Delta t_m = \min(\Delta t_1, \Delta t_2)$$

### **3.3.2 Condiciones iniciales y de contorno**

La condición inicial es la batimetría inicial en el dominio de cálculo. Las condiciones de contorno vienen fijadas por el modelo Copla-MC/SP. Si el contorno es cerrado, entonces:

$$q_n = 0$$

donde  $n$  es la dirección perpendicular al contorno. Si el contorno es abierto, se debe cumplir:

$$\frac{\partial q}{\partial n} = 0$$

### **3.3.3 Filtros espaciales**

Con objeto de reducir los ruidos numéricos inherentes a todo esquema numérico, se realiza un filtro en las variables calculadas. El filtro se ha elegido, de forma que se produzca una reducción máxima de los errores numéricos sin perder



información del proceso calculado. Para toda variable  $X$ , se obtiene:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{i,j} = & X_{i,j}(1 - 2m + m^2) + X_{i,j-1}(0.5m - 0.5m^2) + \\ & + X_{i,j+1}(0.5m - 0.5m^2) + X_{i-1,j}(0.5m - 0.5m^2) + \\ & X_{i-1,j-1}(0.25m^2) + X_{i-1,j+1}(0.25m^2) + X_{i+1,j}(0.5m - 0.5m^2) + \\ & + X_{i+1,j-1}(0.25m^2) + X_{i+1,j+1}(0.25m^2)\end{aligned}$$

con  $\mu = 0.5$  resulta:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{i,j} = & \frac{1}{4}X_{i,j} + \frac{1}{8}(X_{i,j-1} + X_{i,j+1} + X_{i-1,j} + X_{i+1,j}) + \\ & + \frac{1}{16}(X_{i-1,j-1} + X_{i-1,j+1} + X_{i+1,j-1} + X_{i+1,j+1})\end{aligned}$$

### 3.4 Modelo Oluca-Q

Dalrymple (1988) resuelve la propagación de un tren lineal de ondas sobre un fondo irregular considerando los efectos de refracción y asomeramiento. El esquema numérico adoptado por el autor es el mismo que se utiliza para resolver las ecuaciones perturbadas:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial y} &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= dk \sin q + k \cos q dq \\ B &= dk \cos q - k \sin q dq\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= dEC_g \cos q + EdC_g \cos q - C_g \sin q dq \\ D &= dEC_g \sin q + EdC_g \sin q + EC_g \cos q dq\end{aligned}$$

Con la ecuación que tiene a las variables  $A$  y  $B$  se resuelve  $dq$  y con la ecuación en  $C$  y  $D$  se resuelve  $dH$ . El esquema numérico adoptado se basa en el salto del caballo como se puede observar en la figura 3.2.

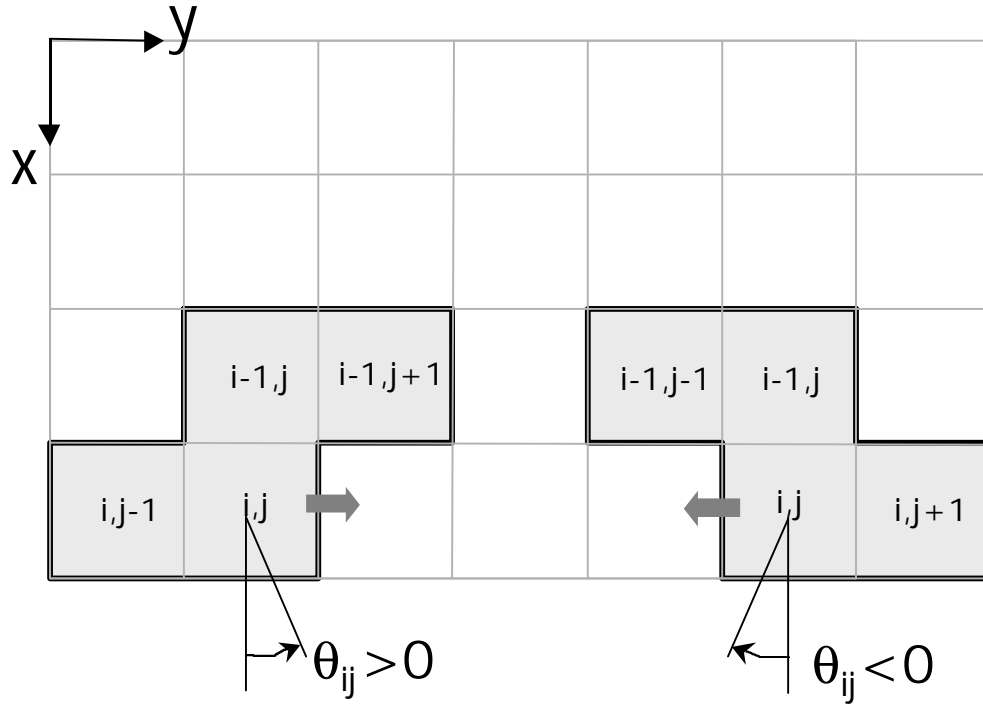


Figura 3.2

$$A_{ij} = A_{i-1,j} + s_k x [B_{ij} - B_{ij-x} + B_{i-1,j+x} - B_{i-1,j}]$$

de donde se despeja  $dq_{ij}$ :

$$dq_{ij} = \frac{-dk_{ij} \sin q_{ij} + A_{i-1,j} + s_k x [dk_{ij} \cos q_{ij} - B_{ij-x} + B_{i-1,j+x} - B_{i-1,j}]}{k_{ij} \cos q_{ij} + k_{ij} \sin q_{ij} s_k x}$$

siendo  $s_k = \frac{1}{2} \frac{\Delta x}{\Delta y}$  y  $x = 1$  si  $q_{ij} \geq 0$ , o  $x = -1$  si  $q_{ij} < 0$ .



Por otro lado,

$$C_{ij} = C_{i+j} + \mathbf{s}_F \mathbf{x} [D_{ij} - D_{ij-\mathbf{x}} + D_{i-1,j+\mathbf{x}} - D_{i-1,j}]$$

de donde se despeja  $dH_{ij}$ :

$$dH_{ij} = - \frac{E_1 + C_{i-1,j} + \mathbf{s}_F \mathbf{x} [F_1 - D_{ij-\mathbf{x}} + D_{i-1,j+\mathbf{x}} - D_{i-1,j}]}{2H_{ij} [C_{gij} \cos \mathbf{q}_{ij} - \mathbf{s}_F \mathbf{x} C_{gij} \sin \mathbf{q}_{ij}]}$$

donde:

$$\mathbf{s}_F = - \frac{1}{2} \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

$$E_1 = H_{ij}^2 (dC_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij} - C_{gij} \sin \mathbf{q}_{ij} d\mathbf{q}_{ij})$$

$$F_1 = H_{ij}^2 (dC_{ij} \sin \mathbf{q}_{ij} + C_{gij} \cos \mathbf{q}_{ij} d\mathbf{q}_{ij})$$

## **CAPÍTULO 4**

---

### **VALIDACIÓN DEL MODELO EROS**



## 4. VALIDACIÓN DEL MODELO EROS

Se ha validado el modelo Eros a partir del caso teórico presentado en Nicholson et al (1997):

- Playa de pendiente uniforme: 1/50.
- Longitud del dique exento = 300 m.
- Distancia desde el eje del dique hasta la línea de costa = 220 m.
- Tamaño del sedimento = 0.25 mm.
- Período de pico = 8.0 s.
- Altura de ola cuadrático-media incidente = 2.0 m.

### *Validación del Modo ESI*

En la figura 4.1 se muestra el campo vectorial de transporte inicial del modelo del Danish Hydraulic Institute y sobre el mismo (**en rojo**) los resultados obtenidos con Eros con la formulación de Soulsby - van Rijn.

Como puede observarse, tanto en dirección como en magnitud, los resultados son muy similares.

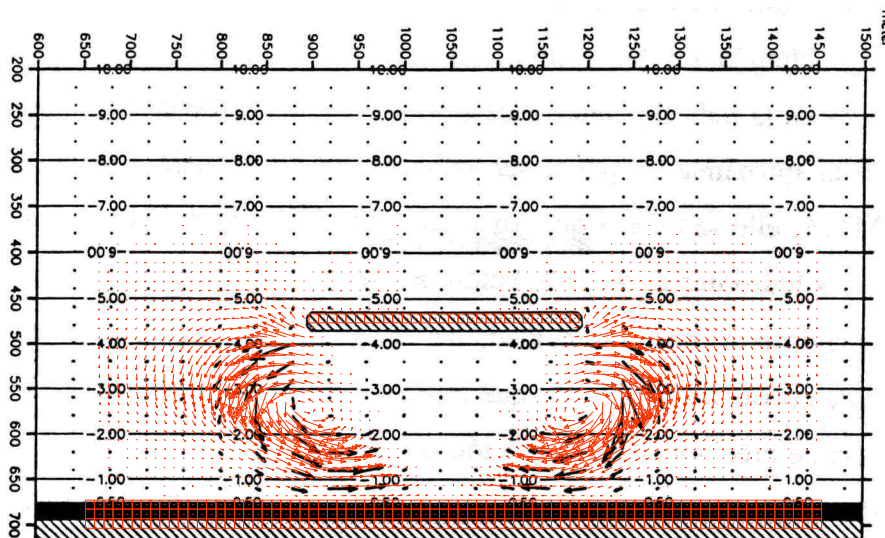
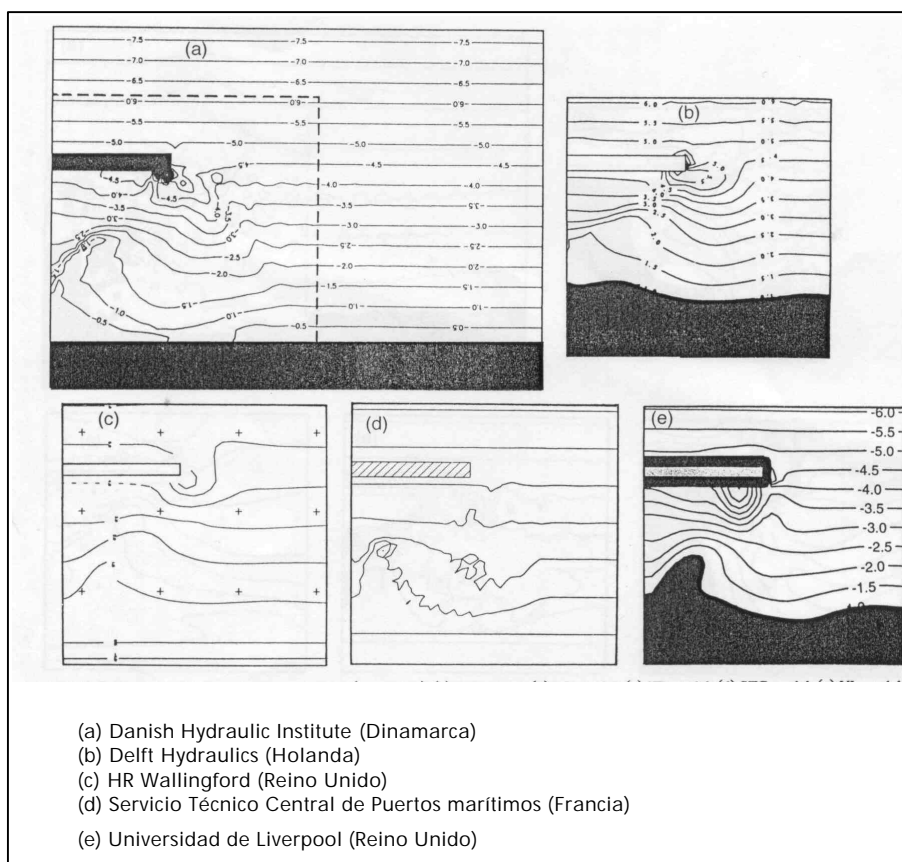


Figura 4.1

### ***Validación del Modo MEM***

La complejidad del modelado de la evolución morfológica de una playa hace que, por el momento, la validación se deba realizar desde un punto de vista cualitativo. En Nicholson et al (1997) se muestran resultados de los modelos de varios de los principales grupos europeos de investigación en los cuales se puede apreciar, la fuerte divergencia existente entre ellos.

Así, se presenta el resultado de la evolución morfológica tras 72 horas de acción ininterrumpida de las condiciones hidrodinámicas externas. En la figura 4.2 se muestra el resultado de los 5 modelos presentados en Nicholson et al. (1997). Como puede apreciarse, todos tienden a acumular material en la zona de sombra, intentando formar un tómbolo. En la figura 4.3 se muestra los resultados de Eros-MC, con base en la formulación de Soulsby – van Rijn (24 h) y Bailard (72 h).



**Figura 4.2**

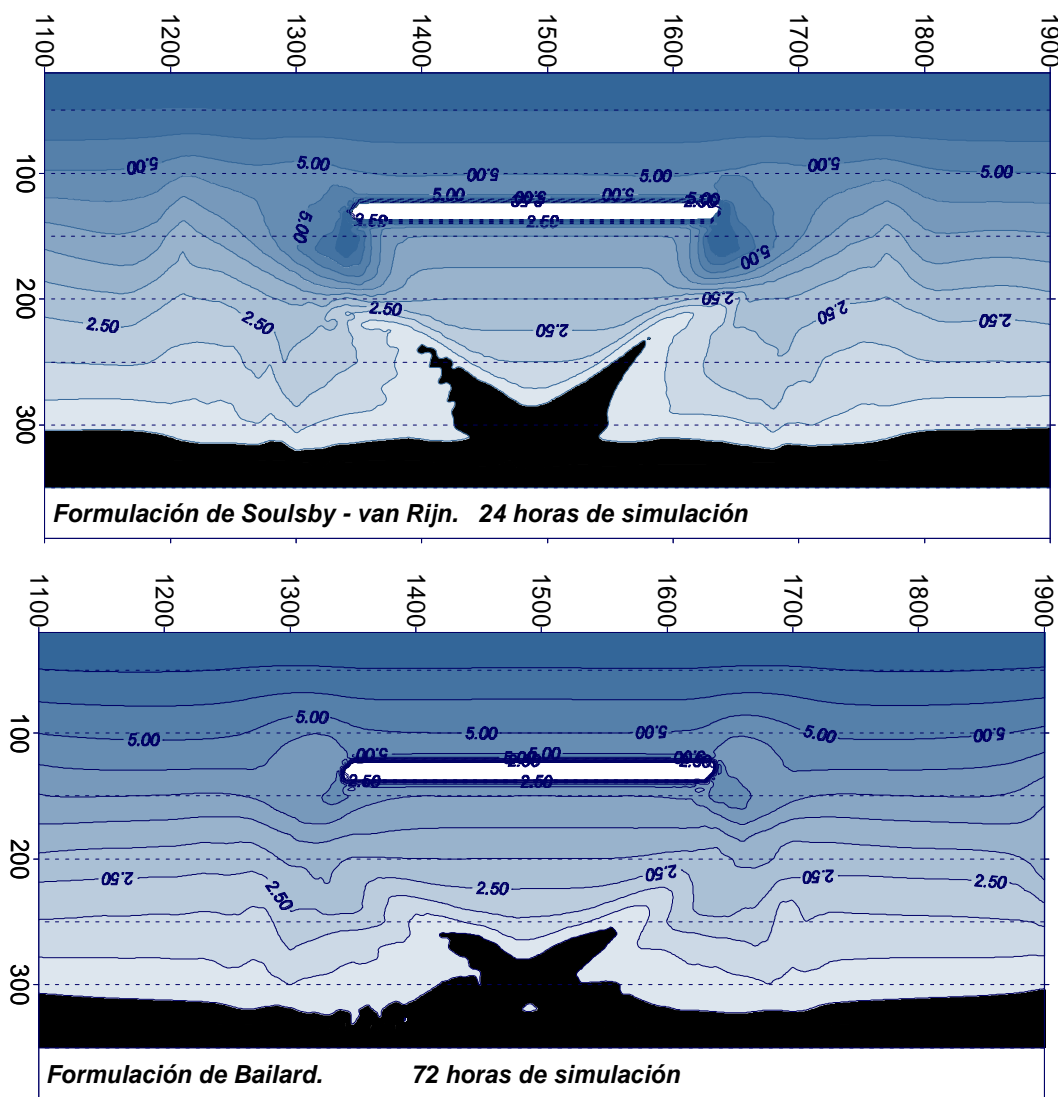


Figura 4.3

El modelo reproduce cualitativamente los resultados de los modelos presentados en la figura 4.2. En el caso de la formulación de Soulsby – van Rijn se ha parado la ejecución en 24 h ya que para todos los casos que se han probado, dicha formulación “transporta” del orden de 5 veces más rápido que Bailard.

En la figura 4.4 se muestra los resultados obtenidos con el Eros-SP para el

mismo caso. La formulación de transporte utilizada es la de Soulsby-van Rijn y la duración del evento es de 72 horas. Como puede observarse, la inclusión del oleaje irregular mejora los resultados de manera importante. Cabe señalar que los modelos de los grupos europeos **a**, **b**, **c**, y **e** han realizado la simulación con oleaje irregular (variación del fondo suave).

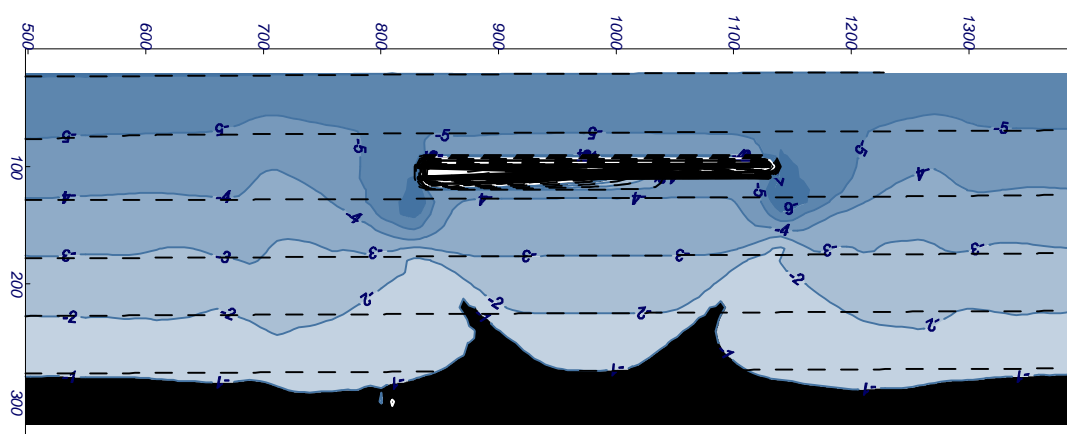


Figura 4.4

## **CAPÍTULO 5**

### **BIBLIOGRAFÍA**

---



## 5. BIBLIOGRAFÍA

Azuz, I.A., (1997). “*Modelo morfodinámico de evolución del fondo en zona costera*”. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña. 476 pp.

Battjes, J. y Janssen, J.P.E.M., (1978). “*Energy loss and set-up due to breaking of random waves*”. ICCE 1978, pp. 569-587.

Blankers, G., (1999). “*Equilibrium bays*”. Documento técnico del proyecto SASME del programd MAST-III, TU Delft.

Bos, K.J., Roelvink, J.A. y Dingemans, H.W., (1996). “*Modelling the impact of detached breakwaters on the coast*”. ICCE 1996, pp. 2022 – 2035.

De Vriend, H.J., Zyserman, J., Nicholson, J., Roelvink, J.A., Pechon, P. y Southgate, H.N, (1993). “*Medium – term 2DH coastal area modeling*”. Coastal Engineering (21), pp. 193-224.

Johnson, H., Broker, I. y Zyserman, J.A., (1994). “*Identification of some relevant processes in coastal morphological modeling*”. ICCE 1994, pp. 2871-2883.

Méndez, F.J. y Medina, R. (2001). “*A perturbation method for wave and wave-induced current computations in beach morphology models*”. Proc. Coastal Dynamics 2001. Lünd (Suecia). En prensa.

Nicholson, J, Broker, I., Roelvink, J.A., Price, D., Tanguy, J.M, y Moreno, L., (1997). “*Intercomparison of coastal morphodynamic models*”. Coastal Engineering (31), pp. 97-123.

Péchon, P. y Teisson, C. (1996). “*Numerical modelling of bed evolution behind a detached breakwater*”. ICCE 1996, pp. 2050-2062.

Péchon, P., Rivero, F., Johnson, H., Chesher, T., O'Connor, B., Tanguy, J.M., Karambas, T., Mory, M. Y Hamm, L., (1997). “*Intercomparison of wave-driven current models*”. Coastal Engineering (31), pp. 199-215.

Rattanapitikon, W. y Shibayama, T., (1998). “*Energy dissipation model for regular*



*and irregular waves*". Coastal Engineering Journal, Vol. 40 N°4, pp. 327-346.

Soulsby, R. (1997). "*Dynamics of marine sands*". Thomas Telford Publications, Londres.

Thornton, E.B. y Guza, R.T., (1983). "*Transformation of wave height distribution*". J. Geophys. Res. 88, pp. 5925-5983.

Van Rijn, L.C. (1993). "*Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas*". Acqua Publications, Amsterdam.