



Copla-MC/SP

Modelo de corrientes de
rotura en playas



MANUAL DE REFERENCIA
Copla-MC/SP 3.0



Ministerio de Medio Ambiente
Dirección General de Costas

Universidad de Cantabria **UC**

G.I.O.C.
Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas





MANUAL DE REFERENCIA

Capítulo 1. ACERCA DE ESTE MANUAL

| | |
|-------------------------------|-----|
| 1. ACERCA DE ESTE MANUAL..... | 1.1 |
| 1.1 Objetivos..... | 1.1 |
| 1.2 Contenido | 1.1 |

Capítulo 2. PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA

| | |
|--|-----|
| 2. PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA | 2.1 |
| 2.1 Introducción..... | 2.1 |
| 2.2 Modelos de corrientes en la zona de rompientes | 2.2 |
| 2.3 Discusión de parámetros..... | 2.9 |

Capítulo 3. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA

| | |
|---|-----|
| 3. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA..... | 3.1 |
| 3.1 Introducción..... | 3.1 |
| 3.2 Discretización del dominio | 3.1 |
| 3.3 Condiciones iniciales | 3.1 |
| 3.4 Condiciones de contorno | 3.4 |
| 3.5 Método de resolución..... | 3.7 |



| | | |
|-----|---|------|
| 3.6 | Implementación numérica de las condiciones de contorno..... | 3.13 |
| 3.7 | Estabilidad numérica del modelo | 3.16 |
| 3.8 | Archivos de Entrada y Salida de los Programas Copla-(MC/SP) | 3.17 |

Capítulo 4. ESTRUCTURA DEL CÓDIGO DEL PROGRAMA

| | | |
|-----|---|-----|
| 4. | ESTRUCTURA DEL CÓDIGO DEL PROGRAMA..... | 4.1 |
| 4.1 | Introducción..... | 4.1 |
| 4.2 | Descripción de Subrutinas..... | 4.1 |

Capítulo 5. APLICACIÓN DE LOS MODELOS Copla-(MC/SP)

| | | |
|-----|--|------|
| 5. | APLICACIÓN DE LOS MODELOS Copla-(MC/SP)..... | 5.1 |
| 5.1 | Casos Teóricos..... | 5.1 |
| 5.2 | Casos Prácticos..... | 5.18 |

Capítulo 6. BIBLIOGRAFÍA

| | | |
|----|--------------------|-----|
| 6. | BIBLIOGRAFÍA | 6.1 |
|----|--------------------|-----|

CAPÍTULO 1

ACERCA DE ESTE MANUAL



1. ACERCA DE ESTE MANUAL

1.1 Objetivos

El presente manual comprende una descripción general de las ecuaciones y formulaciones numéricas aplicadas en los modelos Copla-MC y Copla-SP (modelos de corrientes inducidas por la rotura del oleaje monocromático (MC) y oleaje espectral (SP) en playas).

Los programas Copla-MC y Copla-SP forman parte del “Modelo Integral de Propagación de Oleaje, Corrientes y Morfodinámica en Playas” (Mopla). El cual integra una serie de modelos numéricos que permiten llevar a cabo un análisis a corto plazo en playas.

Además del Copla-MC y Copla-SP, el Mopla incluye los “Modelos de Propagación de Oleaje Monocromático y Espectral” (Oluca-MC y Oluca-SP) y los “Modelos de Erosión / Sedimentación” (Eros-MC y Eros-SP), donde MC significa *monocromático* y SP *espectral*.

El objetivo de este manual es dar una idea general al usuario de las ecuaciones aplicadas en los modelos Copla-MC y Copla-SP, sin profundizar en deducciones teóricas, pero sí planteando muy claramente las hipótesis en las cuales se fundamentan y su rango de aplicación. Si el usuario desea analizar con más detalle alguno de estos aspectos, al final del texto se presenta una lista de referencias de cada uno de los temas.

1.2 Contenido

En el capítulo 2, se plantea teóricamente el problema de las corrientes por rotura de ondas en playas.

En el capítulo 3, se plantea el modelo numérico de discretización de las ecuaciones, generación de las mallas y condiciones de contorno.



En el capítulo 4, se presenta el esquema general del código del programa.

En el capítulo 5, se aplica el modelo a casos con solución analítica y/o casos de playas reales.

En el capítulo 6, se incluye las referencias.

CAPÍTULO 2

PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA



2. PLANTEAMIENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA

2.1 Introducción

Los modelos Copla-MC y Copla-SP, son modelos numéricos que resuelven las ecuaciones de flujo dentro de la zona de rompientes. Toman como datos de entrada aquellos datos de salida del campo de oleaje calculado a partir de los modelos Oluca-MC y Oluca-SP respectivamente (detalles acerca de los modelos de propagación, pueda ser consultados en su correspondientes “Manuales de Referencia”).

Dentro del movimiento del fluido, las corrientes que se generan en la costa influyen de forma importante en la conformación morfológica de las playas, siendo este sistema de corrientes, en muchos de los casos, de notable complejidad. Johnson (1919), distinguió los siguientes tipos de corrientes que pueden contribuir al desarrollo de la línea de costa: corrientes debidas al oleaje, corrientes de marea, corrientes hidráulicas asociadas a oscilaciones de bahías, corrientes debidas al viento, corrientes planetarias asociadas a sistemas oceánicos circulatorios, corrientes debidas a ríos, etc. De todas ellas, en la mayoría de los casos, son las corrientes debidas al oleaje las más importantes en el desarrollo de la línea de costa.

El sistema circulatorio en la zona de rompientes es dominado por las fuerzas inducidas por el oleaje y asociadas a la rotura del mismo. El modelado del sistema circulatorio en la zona de rompientes es necesario para resolver el transporte de sedimentos y las variaciones morfológicas en la línea de costa.

Estos modelos se basan, fundamentalmente, en la resolución de las ecuaciones promediadas del movimiento y la ecuación de la continuidad. Sin embargo, estas ecuaciones pueden ser resueltas con diferentes grados de complejidad. En cualquier caso, la utilización de las ecuaciones promediadas precisa unas expresiones para las tensiones tangenciales y turbulentas que obligan a introducir una serie de ecuaciones de cierre.

El modelo más completo es el tridimensional (3-D) que resuelve las ecuaciones en una malla tridimensional y, por tanto, las características del sistema circulatorio en toda la columna de agua, a lo largo y perpendicularmente a la costa. Este tipo de modelos en la actualidad requiere un gran espacio computacional, debido al tamaño del sistema a resolver, y tiene grandes dificultades de calibración, dadas sus



características tridimensionales.

Con el fin de simplificar el modelo circulatorio, se reduce una dimensión, pasando a los modelos bidimensionales (2-D). La técnica de resolución numérica más comúnmente utilizada es diferencias finitas y, especialmente, esquemas de tipo implícito, dado que éstos reducen las inestabilidades numéricas.

Existen dos aproximaciones diferentes a estos modelos, los puramente 2-D (2-DV) y los modelos integrados en vertical (2-DH). En el primer caso (2-DV), (Dally y Dean (1984), Stive y Battjes (1984)), se asume que las velocidades y gradientes en la dirección paralela a la costa son nulos y los resultados obtenidos son velocidad y niveles. Los modelos (2-DH), (Basco (1983), de Vriend (1987)) resuelven las ecuaciones del movimiento y de continuidad integradas en vertical sobre una malla y como resultado se obtiene niveles y las dos componentes horizontales de la velocidad; sin embargo, presentan el inconveniente de perder la estructura vertical del flujo. Toda la estructura vertical del flujo queda embebida en la expresión de la fricción en el fondo.

2.2 Modelo de corrientes en la zona de rompientes

• *Planteamiento del Problema*

Shepard e Inman (1950) propusieron una justificación de la existencia de corrientes inducidas por el oleaje en un análisis bidimensional de la propagación y rotura del oleaje. Este análisis fue completado por otro tridimensional por los mismos investigadores, donde se puso de manifiesto por primera vez el concepto de un sistema circulatorio de corrientes en la zona litoral.

En los últimos años se han presentado diversas teorías que han permitido contestar algunas cuestiones planteadas, pero siempre con carácter parcial y con fuertes limitaciones en su aplicación a casos muy concretos y particulares. Pero estas teorías han presentado un mundo más complejo que el descrito en el modelo de Shepard e Inman. Uno de los grandes avances en este área surgió a partir de la introducción del concepto de tensión de radiación, Longuet-Higgins y Stewart (1962), concepto que puede ser explicado de la siguiente manera:



Con el paso de una onda, se puede considerar dos movimientos: el movimiento instantáneo de las partículas y el movimiento neto de las partículas o transporte de masa. En profundidades indefinidas e incluso intermedias, este transporte de masa es pequeño; sin embargo, en profundidades reducidas, donde la onda se propaga a lo largo de un talud, como es el caso de la playa, la celeridad de la onda decrece, la velocidad instantánea crece, lo mismo que la velocidad de transporte de masa, en el momento de romper la ola, se igualan las velocidades instantáneas, de masa y celeridad, en magnitud y dirección; en la rotura, se inyecta un exceso de masa de agua que genera un exceso de cantidad de movimiento dentro de la zona de rompientes, denominados tensores de radiación, los cuales son los generadores de corrientes en playas debidos únicamente al oleaje.

- ***Hipótesis del modelo***

El modelo de corrientes en playas se deduce a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, con base en las siguientes *hipótesis*:

Con respecto al fluido:

- Fluido homogéneo.
- Incompresible.
- Densidad constante.

Con respecto al movimiento:

- La variación del fondo del mar con respecto a la horizontal es lenta (aceleraciones verticales muy pequeñas), lo que implica que las principales características del sistema de corrientes en playas estén contenidas en la variación horizontal de las propiedades integradas en la profundidad, por lo que la velocidad de corriente (u, v) es independiente de la profundidad.
- Los movimientos asociados a las corrientes de playa son permanentes, permitiendo esto promediar las ecuaciones que los representan en el tiempo (período del oleaje), lo cual significa que para períodos de tiempo mayores al del período del oleaje las variaciones temporales son despreciables. Cada tren de ondas incidente crea su propio sistema circulatorio de corrientes.
- Los efectos de viscosidad molecular son débiles, excepto en contornos, en



consecuencia, se puede admitir que el movimiento oscilatorio es esencialmente irrotacional, Longuet-Higgins y Stewart (1962).

- Las fluctuaciones turbulentas debidas al oleaje son despreciables.
- Se rechaza la fuerza de Coriolis.
- Las corrientes son suficientemente débiles como para considerarse su interacción con el tren de ondas.

• **Modelo de corrientes de playa**

El modelo bidimensional de corrientes en playa se deduce de las ecuaciones de Navier-Stokes. Si se integra estas ecuaciones en la profundidad y se promedian en un período de tiempo en un sistema de coordenadas localizado en el nivel medio del mar (x = dirección transversal a la playa; y = dirección longitudinal a la playa; z = dirección vertical) bajo las hipótesis anteriormente planteadas, se obtiene las siguientes ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento:

Continuidad:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(UH)}{\partial x} + \frac{\partial(VH)}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

Momentum:

Dirección x (transversal a la playa)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{rH} \frac{\partial}{\partial x} (S_{xx}) + \\ & \frac{1}{rH} \frac{\partial}{\partial y} (S_{xy}) + \frac{gU}{C^2 H} (U^2 + V^2)^{1/2} - \mathbf{e} \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \tag{2}$$



Dirección y (longitudinal a la playa)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial y} + \frac{1}{\mathbf{rH}} \frac{\partial}{\partial x} (S_{xy}) + \\ & + \frac{1}{\mathbf{rH}} \frac{\partial}{\partial y} (S_{yy}) + \frac{gV}{C^2 H} (U^2 + V^2)^{1/2} - \mathbf{e} \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

donde:

$$H = \mathbf{h} + h \quad (4)$$

$$S_{xx} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\mathbf{h}} (\mathbf{r} u^2 + p) dz dt - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^0 p_0 dz dt \quad (5)$$

$$S_{yy} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^{\mathbf{h}} (\mathbf{r} v^2 + p) dz dt - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^0 p_0 dz dt \quad (6)$$



$$S_{xy} = \frac{I}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^h r_{uv} dz dt \quad (7)$$

$$V = \frac{I}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^h v(x, y, z, t) dz dt \quad (8)$$

$$\mathbf{h} = \frac{I}{T} \int_t^{t+T} \mathbf{h}(x, y, t') dt' \quad (9)$$

$$U = \frac{I}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^h u(x, y, z, t) dz dt \quad (10)$$

Tensores de radiación debido al oleaje monocromático (modelo Copla-MC)

Aplicando la teoría lineal de ondas, se obtiene las expresiones para los tensores de radiación al 2° orden:

$$S_{xx}(x, y) = E \left(n \cos^2 \mathbf{q} + n - \frac{I}{2} \right) \quad (11)$$

$$S_{yy}(x, y) = E \left(n \sin^2 \mathbf{q} + n - \frac{I}{2} \right) \quad (12)$$



$$S_{xy}(x, y) = E \operatorname{sen} \mathbf{q} \cos \mathbf{q} \quad (13)$$

donde:

$$E = \frac{\mathbf{rg} H_1^2}{8} \quad (14)$$

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\operatorname{senh} 2kh} \right] \quad (15)$$

$$k = \frac{2\mathbf{p}}{L} \quad (16)$$

con lo cual los tensores de radiación en cada punto del dominio dependen de $(H_1, T, \dot{\epsilon}, h)$, parámetros que se obtienen a partir del “Modelo de Propagación de Oleaje” (Oluca-MC).

Tensores de radiación debido al oleaje irregular (Modelo Copla-SP)

Los tensores de radiación debidos a un oleaje irregular se calculan con base en los tensores que generan cada una de las componentes de energía. Dichas componentes se propagan formando un ángulo θ con respecto al eje x y la suma lineal de todas éstas en un punto del dominio, determinan las siguiente expresiones de los tensores de radiación:

$$S_{xx}(x, y) = \frac{1}{2} \mathbf{rg} \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_q} |A_{jl}|^2 \left[n_j (1 + \cos^2 \mathbf{q}_{jl}) - \frac{1}{2} \right] \quad (11a)$$



$$S_{yy}(x, y) = \frac{1}{2} \mathbf{rg} \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_q} |A_{jl}|^2 \left[n_j \left(1 + \text{sen}^2 \mathbf{q}_{jl} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (12 \text{ a})$$

$$S_{xy}(x, y) = \frac{1}{4} \mathbf{rg} \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_q} |A_{jl}|^2 n_j \text{sen}(2\mathbf{q}_{jl}) \quad (13 \text{ a})$$

$$n_j = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2K_j h}{\text{senh}(2k_j h)} \right) \quad (15 \text{ a})$$

Las variables dependientes del problema son ζ , U , V , que representan la elevación de la superficie libre sobre el nivel de referencia y las velocidades de las corrientes promediadas en vertical en un período de tiempo en las direcciones x e y , respectivamente.

Las otras variables de la ecuación son:

| | | |
|------------------|---|--|
| $A_{jl}(x, y)$ | = | amplitud para una componente frecuencial j y direccional l , en un oleaje irregular |
| h | = | calado hasta el nivel de referencia |
| H | = | calado total |
| j | = | componente frecuencial en un oleaje irregular |
| l | = | componente direccional en un oleaje irregular |
| n | = | relación de velocidad del grupo c_g con respecto a la velocidad de fase c |
| n_j | = | relación de velocidad de grupo c_{gj} con respecto a la velocidad c_j de la componente frecuencial j |
| t | = | tiempo |
| T | = | período del oleaje |
| S_{xx} | = | tensor de radiación actuando en el plano x a lo largo del eje x |
| S_{xy} | = | tensor de radiación actuando sobre el plano y a lo largo del eje x (por simetría $S_{xy}=S_{yx}$) |
| S_{yy} | = | tensor de radiación actuando en el plano y a lo largo del eje y |
| $\zeta(x, y, t)$ | = | elevación de la superficie libre a partir del nivel medio del mar |
| u | = | velocidad instantánea en dirección x |



| | | |
|-------------|---|---|
| v | = | velocidad instantánea en dirección y |
| E | = | energía del oleaje monocromático |
| k | = | número de onda |
| k_i | = | número de onda asociado a la componente frecuencial j |
| ϵ | = | ángulo del vector número de onda con el eje x |
| q_{jl} | = | ángulo del vector número de onda con el eje x para una componente frecuencial j y direccional l |
| c | = | coeficiente de Chézy |
| \hat{a} | = | coeficiente de "Eddy viscosity" o viscosidad de remolino |
| P | = | presión total (dinámica mas estática) |
| P_0 | = | presión estática a partir del nivel medio de referencia |
| H_1 | = | altura de ola |
| g | = | aceleración de la gravedad |
| \tilde{n} | = | densidad del flujo. |

2.3 Discusión de parámetros

Los dos parámetros importantes que influyen en el movimiento de las corrientes son: la rugosidad del fondo, expresada por el número de Chézy, c ($m^{1/2}/s$) y la viscosidad de remolino "Eddy viscosity", e .

- ***Rugosidad del fondo***

El término de fricción es un término consumidor de cantidad de movimiento debido a la fricción del flujo (interacción oleaje - corriente) con el fondo. Gran cantidad de modelos de rugosidad en la zona de rompientes se han planteado en la literatura, como es el caso de Longuet-Higgins (1970), Thornton (1970), Jonsson (1966), Grant y Madsen (1979), Tanaka y Shuto (1981), donde plantean sistemas combinados de oleaje-corriente. El principal problema de estas formulaciones a nivel numérico, es la dificultad de su calibración, debido a la cantidad de parámetros que intervienen y la dificultad en algunos casos para medirlos. Tanto en el Copla-MC como en el Copla-SP se emplean expresiones análogas a las de flujo en ríos y estuarios; que en este tipo de modelos han funcionado apropiadamente:



En x :

$$\frac{gU}{c^2 H} (U^2 + V^2)^{1/2} \quad (17)$$

En y :

$$\frac{gV}{c^2 H} (U^2 + V^2)^{1/2} \quad (18)$$

Como puede observarse, el término de rugosidad depende de la profundidad; a menor profundidad, mayor resistencia al flujo, consumiendo mayor cantidad de movimiento, también depende de las velocidades medias y de un coeficiente denominado de Chézy, c .

Coefficiente de fricción de Chézy (Modelo Copla-MC)

Para el caso de corrientes a partir de un oleaje monocromático, se ha implementado una formulación de rugosidad constante ($c = \text{cte.}$) en todo el dominio de cálculo.

El rango de variabilidad recomendado en playas para este tipo de formulación de fricción con c , está entre (5 y 20 $\text{m}^{1/2}/\text{s}$). Éste es un valor mucho menor que el típico en zonas de estuarios y ríos (30 a 50 $\text{m}^{1/2}/\text{s}$), debido a la gran fricción que genera el oleaje.

El modelo evalúa el coeficiente de rugosidad de Chézy, c ($\text{m}^{1/2}/\text{s}$), como una función espacial y temporal de la hidrodinámica y características de los sedimentos del fondo:

$$c(x, y, t) = 18 \log \left(\frac{12H}{K_{swc}} \right) \quad (18 \text{ a})$$



donde x , y son las coordenadas espaciales en el plano, $t =$ tiempo, $H(x,y,t)$ es la profundidad total del agua en metros y, $K_{swc}(x,y,t)$ es la rugosidad efectiva en metros.

La rugosidad hidráulica representada por, K_{swc} , es un flujo con fondo móvil, se define como:

$$K_{swc} = K_s + K_{sf} \quad (18 \text{ b})$$

donde:

K_s : es la rugosidad asociada al tamaño de los sedimentos del fondo, rugosidad de Nykuradse (Van Rijn (1993, 1984 a, b); Hey (1979); Gladki (1975); Kamphuis (1979); Einstein (1950)).

K_{sf} : es la rugosidad asociada a las formas del lecho, debido a la interacción oleaje-corriente (Van Rijn (1993, 1984 a, b); Yalin (1972)).

Normalmente en flujos de corriente (flujo en caudales, ríos, ...), sin la presencia del oleaje, la rugosidad efectiva es un orden de magnitud menor ($K_s \sim 0.1 K_{swc}$). Se propone dentro del modelo con rango recomendado ($0.0 < K_{swc} \leq 2.0$), definiéndose por defecto en zonas de playa con interacción ola-corriente ($K_{swc} = 1.0 \text{ m}$).

- **Viscosidad de remolino**

Este parámetro se emplea para describir la "turbulencia" en la zona de rompientes. Asumiendo que la turbulencia en esta zona es isotrópica, el término de turbulencia se escribe usualmente de la siguiente forma:

En x :

$$e \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \right] \quad (19)$$



En y:

$$e \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \right] \quad (20)$$

Esta expresión se basa en la analogía con el flujo laminar, donde los esfuerzos cortantes se asumen proporcionales al gradiente de la velocidad media.

La intensidad de la turbulencia causada por las olas rompiendo está distribuida en toda la zona de rompientes. El actual conocimiento sobre la difusión de la turbulencia todavía no es suficiente y una discusión en detalle con respecto a este parámetro es imposible hoy en día; han sido propuestas muchas expresiones para e ; Bowen (1969), Thornton (1970), Longuet-Higgins (1979). Sawaragi (1992) presenta un resumen de formulaciones hechas para este parámetro en corrientes de playas, pero ninguna de ellas deja de ser más que una hipótesis.

La turbulencia, al igual que la fricción, es consumidora de cantidad de movimiento y comienza a ser más importante que el término de fricción a mayores profundidades, del orden del tamaño de los elementos de la malla.

En este modelo se permite al igual que con, c , definir, e , como una constante en toda la malla.

Como puede verse en las ecuaciones (19) y (20), el término de turbulencia relaciona de alguna forma las velocidades medias (U, V) con el tamaño de malla ($\Delta x, \Delta y$) y el parámetro de viscosidad de remolino, \hat{a}

Se define como rango recomendado para ϵ ;

$$e_{min} \leq e \leq e_{max} \quad (20 a)$$

donde,

$$e_{max} = \frac{D_s^2}{8Dt} \text{ con } D_s = \text{mínimo } (D_x, D_y) \quad (20 b)$$



$$e_{min} = \frac{e_{max}}{10} \quad (20 c)$$

Para obtener un orden de magnitud de \hat{a} se puede aplicar la siguiente relación empírica:

$$e = K_2 D x U \quad (21)$$

donde K_2 es un parámetro entre [1.5~2.5] y U es una velocidad media en la zona de rompientes.

Tomando un $K_2 \sim 2$ y $U \sim 0.5 \text{ m/s}$, obtenemos que $\hat{a} \sim \hat{A}x$, lo cual es un orden de magnitud adecuado para definir la viscosidad de remolino en la zona de rompientes. Un valor típico para e en playas varía entre 15 y 25, que son tamaños típicos de mallas en la zona de rotura.

CAPÍTULO 3

FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA



3. FORMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA

3.1 Introducción

En el presente capítulo se describe la resolución numérica del problema, cuyas ecuaciones han sido presentadas en el capítulo anterior. En el segundo apartado se habla acerca de la discretización del dominio; en el tercer apartado, de las condiciones iniciales; el cuarto apartado recoge las condiciones de contorno; en el quinto apartado se habla del método numérico con que se resuelven las ecuaciones y los dos últimos apartados tratan de la implementación numérica de las condiciones de contorno y la estabilidad numérica del modelo.

3.2 Discretización del dominio

Para la aplicación del modelo a un caso general en la zona de playa, las ecuaciones presentadas en el capítulo anterior se resuelven mediante un método de diferencias finitas sobre una malla rectangular.

La resolución numérica de las ecuaciones requiere transformar el dominio continuo en un dominio discreto, formado por una red más o menos densa de puntos o nodos en los que se definen cada una de las variables que intervienen en el problema.

Dado que los modelos Copla-MC y Copla-SP emplean las salidas de oleaje de los modelos Oluca-MC y Oluca-SP, las mallas con la batimetría son las mismas. En la figura 3.1 se presenta un esquema de la malla de referencia, con la orientación del sistema de ejes de referencia y dimensionamiento.

3.3 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales son la sobreelevación del agua y las velocidades en las direcciones x e y en el dominio del modelo para el instante $t = 0$.

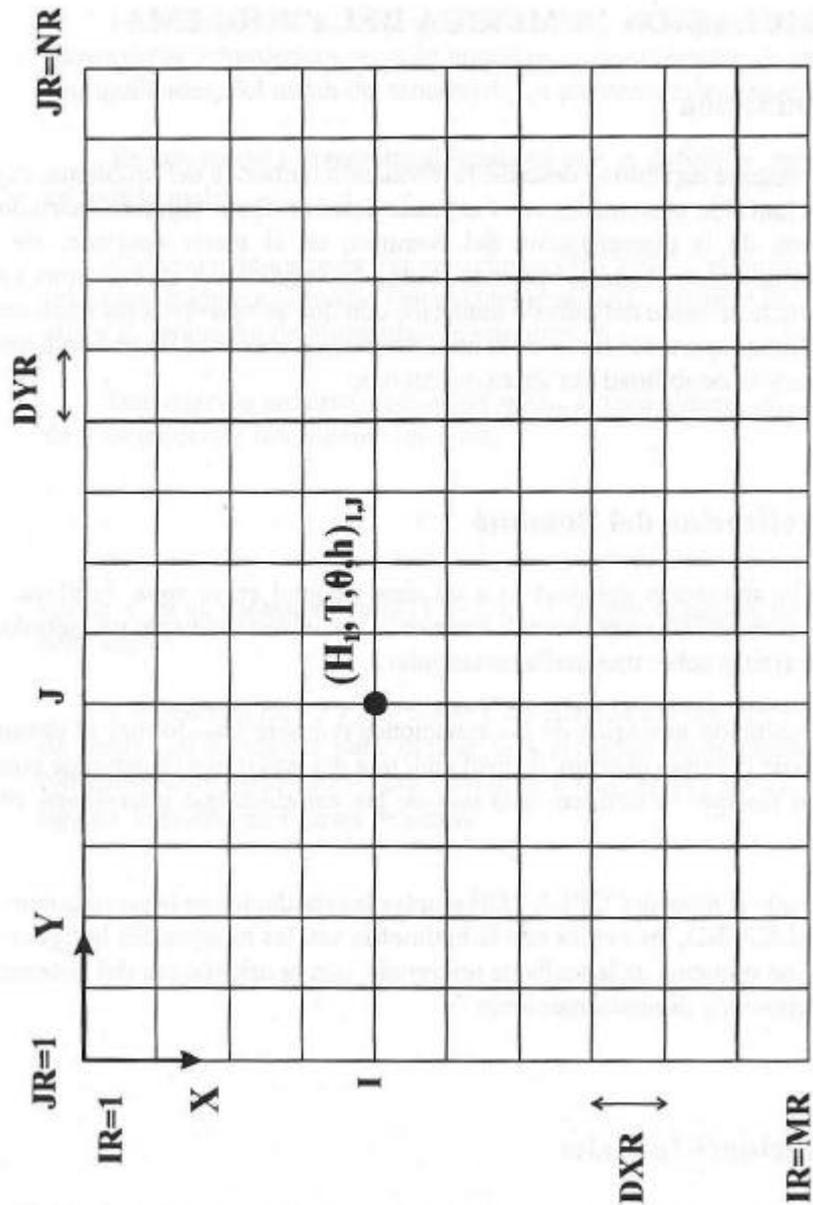


Figura 3.1. Malla de referencia con los datos de entrada al Copla (MC/SP) (altura de onda H_1 ; periodo de onda, T ; dirección de la onda θ ; profundidad del agua, h)



$$\begin{aligned}
 \mathbf{h}_{t=0} &= \mathbf{h}_0(x, y) \\
 U_{t=0} &= U_0(x, y) \\
 V_{t=0} &= V_0(x, y)
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Sin embargo, las funciones ζ_0 , U_0 y V_0 normalmente no son conocidas, por ello habitualmente estas funciones se asumen iguales a cero.

A partir de esta condición en reposo, se aplican en cada uno de los puntos de la malla los tensores de radiación debido a la rotura del oleaje, necesitando el sistema un tiempo para conseguir una solución estable, donde U , V y ζ tiendan a ser constantes en el tiempo.

Para el caso del modelo Copla-MC las condiciones iniciales se obtienen, a partir de los archivos de salida del programa Oluca-MC (AABBOUT.DAT y AABBIN.DAT). En cuanto al modelo Copla-SP, los archivos de entrada se leen a partir de los archivos de salida del modelo Oluca-SP (AABBOUT.DAT, AABBIN.DAT y AABBRAD.DAT). Con lo cual, a partir de la ejecución de los programas Oluca-MC y Oluca-SP sobre una malla con la batimetría, y los parámetros iniciales del oleaje en aguas profundas (*caso monocromático*: altura de ola, dirección, período y nivel de marea; *caso espectral*: espectro frecuencial TMA y direccional, en un nivel de marea), se obtienen en cada uno de los puntos de la malla los parámetros de entrada para el Copla-MC y Copla-SP, que son: (1) Las alturas de ola propagadas, (2) La dirección, (3) El período de onda, y (4) La profundidad del agua, tal y como se muestra en la figura 3.1.

A partir de estos valores de oleaje, el modelo Copla-MC, evalúa los gradientes de los tensores de radiación. Por otro lado, el modelo Copla-SP lee estos valores directamente como salida del Oluca-SP.



3.4 Condiciones de contorno

Las ecuaciones (1), (2) y (3) tienen que ser completadas con condiciones apropiadas de contorno. Desde un punto de vista físico se hace necesario definir las siguientes condiciones de contorno:

- En el fondo
- En la superficie libre
- En la línea de costa
- En mar abierto
- Laterales (abiertas y cerradas).

En la figura 3.2 aparece un esquema de la malla de cálculo de las ondas y el sistema de corrientes, donde también se muestra el sistema de referencia de los ejes y el esquema adoptado de condiciones de contorno para el cálculo de las corrientes.

- ***Condición de contorno en el fondo***

Existe una condición de fricción en el fondo, la cual se considera a través del coeficiente de Chézy (ecuaciones 17 y 18).

La batimetría debe cumplir una relación de pendiente máxima 1:3 para que se cumplan las hipótesis del modelo de corrientes en playas. La batimetría corresponde a las profundidades en cada uno de los nodos de la malla y es una entrada al programa de propagación del oleaje; los programas Copla-(MC/SP) leen la batimetría directamente del archivo de salida de los programas Oluca-(MC/SP).

- ***Condición de contorno en la superficie libre***

Como condición de contorno de tensión normal en la superficie libre, en las ecuaciones (1) y (2) se asume una presión atmosférica constante sobre todo el dominio del modelo.



- ***Condición de contorno en la línea de costa***

El contorno en la costa puede corresponder a zonas de playa o acantilado; en las dos situaciones se asume una condición de reflexión total. Esto quiere decir que la componente de velocidad normal a la línea de costa es nula, mientras que a la componente tangencial no se le impone ninguna condición. La condición de línea de costa se define en las últimas filas en X , donde se recomienda se localice la zona de playa (ver figura 3.2).

- ***Condición de contorno en mar abierto***

El contorno hacia el mar abierto es una línea ficticia que separa el dominio del modelo del resto del mar (figura 3.2). Es evidente entonces que, para una correcta simulación, es necesario conocer las características hidrodinámicas de este contorno, bien en términos de velocidades, bien en niveles. Se ha utilizado una condición de contorno del nivel medio nulo ($\zeta(t)=0$) del tipo absorbente, que permite que el oleaje reflejado en el interior del dominio fluido pueda salir del mismo. Evitándose así los problemas numéricos (no convergencia de la solución, *overflow*,...) producidos por la sucesiva superposición de las ondas incidentes y reflejadas. El imponer ($\zeta(t) = 0$) implica que este contorno debe estar lo suficientemente alejado de la zona de rotura (gradientes de los tensores de radiación prácticamente nulos).

- ***Condiciones de contorno laterales***

Existen de dos tipos: abiertas y cerradas. Las abiertas son las que permiten un intercambio del flujo, con lo cual las velocidades y elevación del nivel medio no se imponen como nulas ($U \neq 0$, $V \neq 0$ y $\zeta \neq 0$). Adicionalmente, se aplica una condición absorbente que permite salir a las ondas largas generadas dentro del dominio. Por otro lado, en los contornos cerrados se imponen una condición de reflexión, con velocidad normal nula ($V = 0$), ver las condiciones de contorno laterales en el esquema de la figura 3.2.

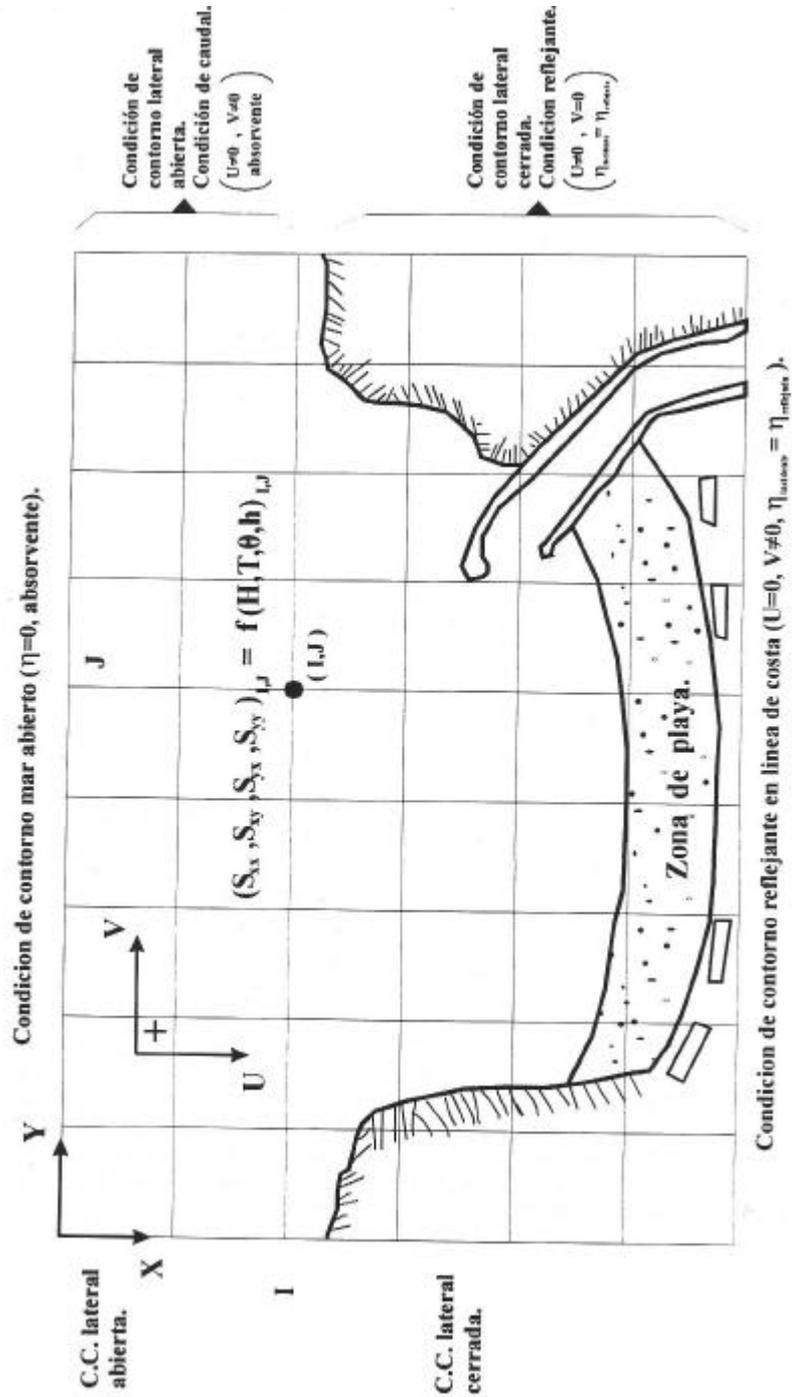


Figura 3.2. Esquema general de las condiciones de contorno



3.5 Método de resolución

- *Técnica de solución numérica*

Para resolver el sistema de ecuaciones bidimensionales de movimiento (1), (2) y (3), se emplea un método implícito de dirección alterna usado por Leendertse (1970). Las ecuaciones linealizadas del movimiento se pueden escribir en forma de matriz y el método para su resolución emplea un esquema centrado con dos niveles de tiempo, resultando tener una aproximación de segundo orden en espacio y tiempo. El primer paso en el procedimiento computacional consiste en un barrido de la malla en el eje x para, posteriormente, hacer un barrido en el eje y. Una vez concluidos los dos barridos, se ha avanzado medio paso de tiempo, repitiéndose el proceso una vez más hasta completar el paso de tiempo. El método de resolución es bastante eficiente.

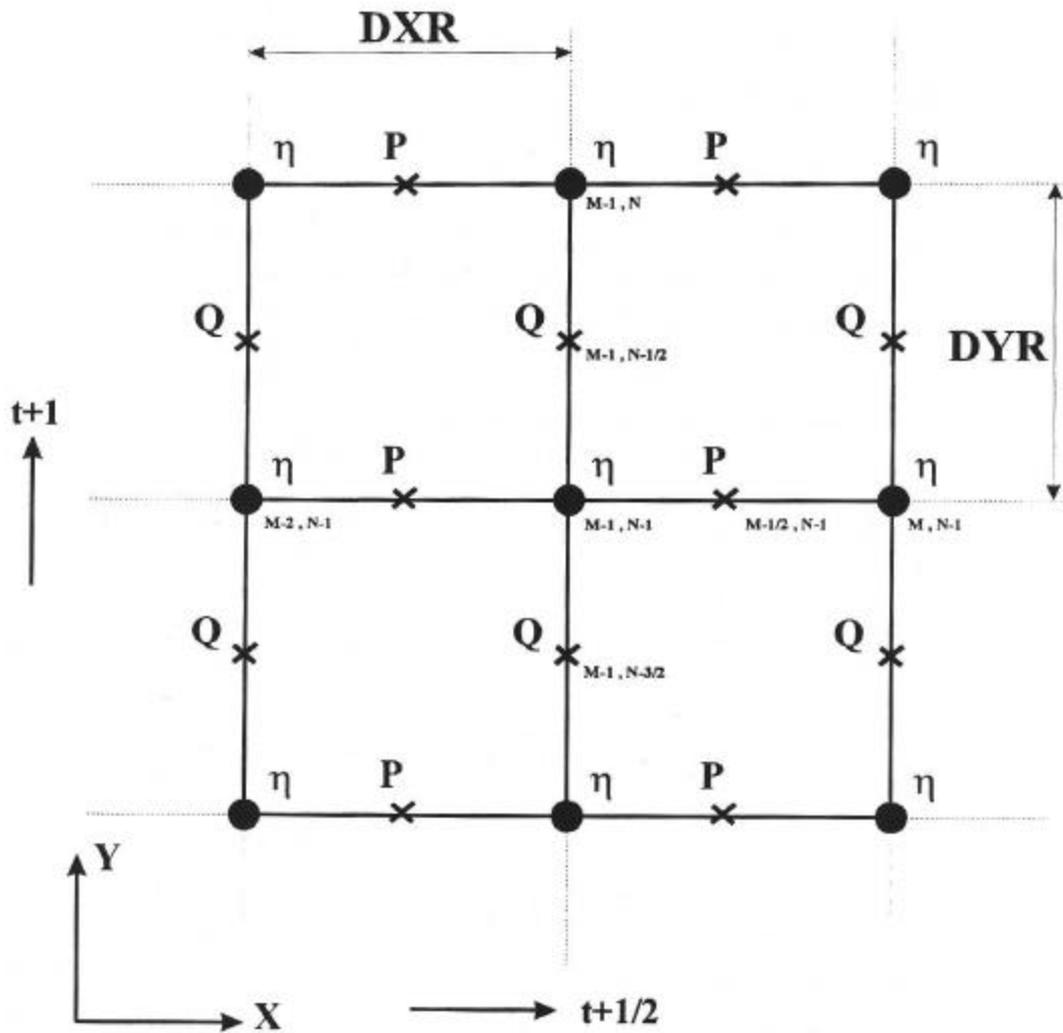
Una posible discretización según este método se describe a continuación. El esquema de diferencias finitas en el espacio se presenta en la siguiente tabla:

| | | | | | |
|-------|-----|-------|---|-------|-----|
| j+1 | ϕ | U | ϕ | U | ϕ |
| j+1/2 | V | h | V | h | V |
| j | ϕ | U | ϕ | U | ϕ |
| j-1/2 | V | h | V | h | V |
| j-1 | ϕ | U | ϕ | U | ϕ |
| | i-1 | i-1/2 | i | i+1/2 | i+1 |

Tabla 1. Esquema de las diferencias finitas en el espacio.

En la figura 3.3 se presenta otra representación de la tabla 1, mediante caudales definidos como:

$$Q = (\mathbf{h} + h)V \tag{23}$$



$$P=U(\eta+h) \quad , \quad Q=V(\eta+h)$$

Figura 3.3. Representación gráfica del esquema numérico del cálculo de corrientes y nivel medio



$$P = (\mathbf{h} + h)U \quad (24)$$

La solución en el tiempo se obtiene en el siguiente orden:

- En t Ⓜ se conocen U, V, ζ .
- En $t + \Delta t/2$ Ⓜ se resuelve U, ζ implícitamente, y V explícitamente.
- En $t + \Delta t$ Ⓜ se resuelve V, ζ implícitamente, y U explícitamente.

Las expresiones numéricas de las ecuaciones (1), (2) y (3) sin incluir términos turbulentos, para el paso de t a $t + \Delta t$, en algunos puntos de la figura 3.3, son de la siguiente forma:

a. Paso hasta $t + \Delta t/2$

Ecuación de la cantidad de movimiento en el punto ($i = M-1/2, j = N-1$):

$$P_{i,j}^{t+1/2} = P_{i,j}^t - \mathbf{D}t \left\{ P^t \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D_x} \right)^t + \overline{\overline{Q}}^t \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{D_x} \right)^t + g \overline{D_x} \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{h})^{t+1/2} + \frac{g P^{t+1/2} \sqrt{(\overline{\overline{P}}^t)^2 + (\overline{\overline{Q}}^t)^2}}{C_x^2 (\overline{D_x}^t)^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{d S_{xx}}{dx} + \frac{d S_{xy}}{dy} \right) \right\}$$

donde:

$$D = h + \zeta$$

$$P = DU$$

$$Q = DV$$

$$\overline{D_x} = \frac{1}{4} (D_{i+1/2,j} + D_{i-1/2,j})$$

$$\overline{\overline{Q}} = \frac{1}{4} (Q_{i-1/2,j+1/2} + Q_{i+1/2,j+1/2} + Q_{i-1/2,j-1/2} + Q_{i+1/2,j-1/2})$$



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D_x} \right)^t = \frac{1}{2D_x} \left[\left(\frac{P}{D_x} \right)^t_{i+1,j} - \left(\frac{P}{D_x} \right)^t_{i-1,j} \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{D_x} \right)^t = \frac{1}{2D_y} \left[\left(\frac{P}{D_x} \right)^t_{i,j+1} - \left(\frac{P}{D_x} \right)^t_{i,j-1} \right]$$

$$\frac{\partial h^{t+1/2}}{\partial x} = \frac{1}{D_x} \left[h^{t+1/2}_{i+1/2,j} - h^{t+1/2}_{i-1/2,j} \right]$$

$$\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} = \frac{1}{D_x} \left[(S_{xx})_{i+1/2,j} - (S_{xx})_{i-1/2,j} \right]$$

$$\frac{\partial S_{xy}}{\partial y} = \frac{1}{4D_y} \left[(S_{xy})_{i+1/2,j+1} - (S_{xy})_{i+1/2,j-1} + (S_{xy})_{i-1/2,j+1} - (S_{xy})_{i-1/2,j-1} \right]$$

Ecuación de continuidad para el punto ($i = M-1, j = N-1$):

$$h^{t+1/2} = h^t - \frac{Dt}{2} \left\{ \frac{\partial P^{t+1/2}}{\partial x} + \frac{\partial Q^t}{\partial y} \right\} \quad (26)$$

donde:

$$\frac{\partial Q^t}{\partial y} = \frac{1}{D_y} \left(Q^t_{i,j+1/2} - Q^t_{i,j-1/2} \right)$$

$$\frac{\partial P^{t+1/2}}{\partial x} = \frac{1}{2D_x} \left(P^{t+1/2}_{i+1/2,j} - P^{t+1/2}_{i-1/2,j} + P^t_{i+1/2,j} - P^t_{i-1/2,j} \right)$$



b. Instante ($t + \Delta t$)

Ecuación de cantidad de movimiento en el punto ($i = M-1, j = N-1/2$):

$$Q_{i,j}^{t+\Delta t} = Q_{i,j}^t - \Delta t \left\{ \overline{\overline{P^{t+\Delta t/2}}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{D_y} \right)^t + Q^t \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D_y} \right)^t + g \overline{D_y} \frac{\partial}{\partial y} (\mathbf{h})^{t+\Delta t} + \frac{g Q^{t+\Delta t} \sqrt{\left(\overline{\overline{P^{t+\Delta t/2}}} \right)^2 + \left(Q^t \right)^2}}{C_y^2 \left(\overline{D_y} \right)^2} + \frac{1}{g} \left(\frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) \right\} \quad (27)$$

donde:

$$\overline{D_y} = \frac{1}{2} (D_{i,j+1/2} + D_{i,j-1/2})$$

$$\overline{\overline{P}} = \frac{1}{4} (P_{i-1/2,j+1/2} + P_{i+1/2,j+1/2} + P_{i-1/2,j-1/2} + P_{i+1/2,j-1/2})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{D_y} \right)^t = \frac{1}{2 \Delta x} \left[\left(\frac{Q}{D_y} \right)_{i+1,j}^t - \left(\frac{Q}{D_y} \right)_{i-1,j}^t \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q}{D_y} \right)^t = \frac{1}{2 \Delta y} \left[\left(\frac{Q}{D_y} \right)_{i,j+1}^t - \left(\frac{Q}{D_y} \right)_{i,j-1}^t \right]$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}^{t+\Delta t}}{\partial y} = \frac{1}{\Delta y} [\mathbf{h}_{i,j+1/2}^{t+\Delta t} - \mathbf{h}_{i,j-1/2}^{t+\Delta t}]$$

$$\frac{\partial S_{xy}}{\partial x} = \frac{1}{4 \Delta x} [(S_{xy})_{i+1,j+1/2} - (S_{xy})_{i-1,j+1/2} + (S_{xy})_{i+1,j-1/2} - (S_{xy})_{i-1,j-1/2}]$$



$$\frac{\partial S_{yy}}{\partial y} = \frac{1}{Dy} \left[(S_{yy})_{i,j+1/2} - (S_{yy})_{i,j-1/2} \right]$$

Ecuación de continuidad en el punto ($i = M-1, j = N-1$):

$$h^{t+1} = h^{t+1/2} - \frac{Dt}{2} \left\{ \frac{\partial P^{t+1/2}}{\partial x} + \frac{\partial Q^{t+1}}{\partial y} \right\} \quad (28)$$

donde:

$$\frac{\partial Q^{t+1}}{\partial y} = \frac{1}{Dy} (Q_{i,j+1/2}^{t+1} - Q_{i,j-1/2}^{t+1})$$

$$\frac{\partial P^{t+1/2}}{\partial x} = \frac{1}{2Dx} (P_{i+1/2,j}^{t+1/2} - P_{i-1/2,j}^{t+1/2} + P_{i+1/2,j}^t - P_{i-1/2,j}^t)$$

La aplicación de la apropiada ecuación a una fila o columna de la malla transforma el sistema en uno de ecuaciones lineales cuyo coeficiente matricial es tridiagonal. Los problemas de matrices tridiagonales pueden ser resueltos directamente, sin ser necesaria la inversión de matrices.

A medida que se resuelve cada paso de tiempo, se va obteniendo los valores de la velocidad (U, V) y de la superficie libre (ζ) en cada uno de los puntos de la malla. El resultado final resulta ser el campo de velocidades y niveles para cada punto y a lo largo del tiempo.



3.6 Implementación numérica de condiciones de contorno

Tal como se ha dicho anteriormente, la malla de cálculo para el programa de corrientes es la misma malla de cálculo de la propagación de ondas, con MR filas en x y NR columnas en y (ver la malla en la figura 3.4). Debido a que el cálculo de los gradientes de los tensores de radiación utilizan un esquema centrado de diferencias finitas, solamente se obtienen resultados de velocidades (U, V) y elevación media del mar (ζ) en la malla de puntos representada en la figura 3.4, malla con dimensiones $(MR-2)$ en x y $(NR-2)$ en y .

- **Condición de contorno en mar abierto**

Dado que se supone que este contorno está lo suficientemente alejado de la zona donde rompen las olas, los gradientes de los tensores de radiación se asume que son prácticamente nulos, con lo cual se cumple que:

$$h_{l,j} = 0 \quad \forall j [1, \dots, NR - 2] \quad (29)$$

- **Condición de contorno en la línea de costa**

El modelo supone que todos los puntos de la última fila en ($I = MR-2$), son puntos de costa con reflexión total (ver la figura 3.4). Con lo cual, cualquier espacio abierto que deje el usuario en esta última fila, el programa supone que es tierra. La condición de reflexión total en un contorno cerrado de la última fila se define como:

$$U_{MR-2,J} = 0 \quad \forall J [1, \dots, NR - 2] \quad (30)$$

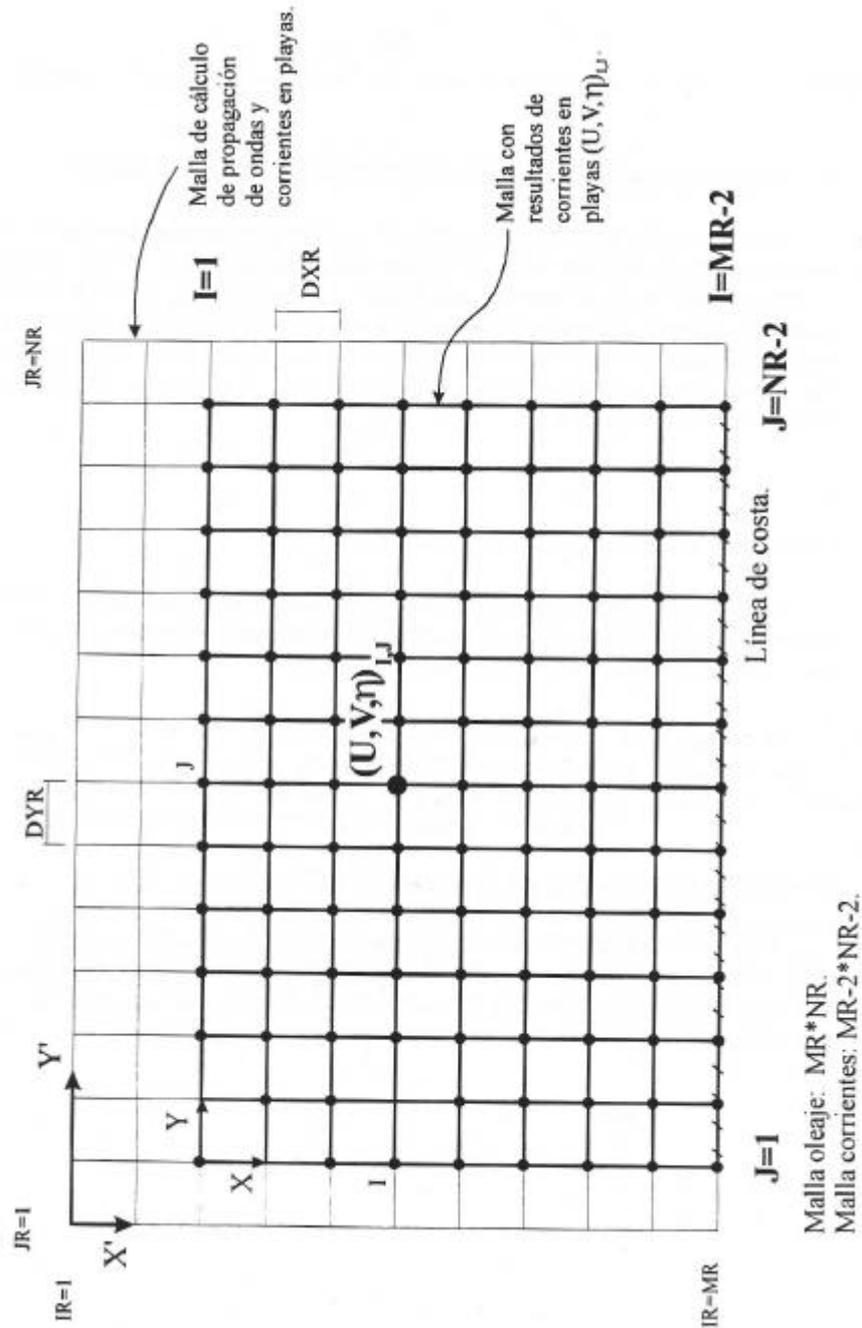


Figura 3.4. Mallas de resultados para la propagación de oleaje Oluca-(MC/SP) y las corrientes por rotura Copla-(MC/SP).



- **Condición de contorno lateral**

Cerrada:

Cualquier elemento de contorno lateral cerrado (ver la figura 3.2), debe incluir nodos de tierra en la malla de resultados (malla de puntos en la figura 3.4). Si el contorno cerrado sólo se ubica en las columnas $JR = 1$ y/o $JR = NR$, el modelo en los resultados lo representa como un contorno lateral abierto.

La condición que se aplica para este contorno cerrado es de reflexión total:

$$V_{i,1} = 0 \quad \forall i [1, \dots, MR - 2] \quad (31)$$

$$V_{i,NR-2} = 0 \quad \forall i [1, \dots, MR - 2] \quad (32)$$

Abierta:

Se impone una condición de caudal y absorbente, definida como:

$$V_{i,1}^{t+1} = V_{i,2}^t \quad \forall i [1, \dots, MR - 3] \quad (33)$$

$$V_{i,NR-2}^{t+1} = V_{i,NR-3}^t \quad \forall i [1, \dots, MR - 3] \quad (34)$$



3.7 Estabilidad numérica del modelo

- **Discretización temporal, Δt**

El intervalo de tiempo para los cálculos debe cumplir la relación de estabilidad de Courant, definida por la siguiente expresión:

$$\Delta t = \frac{c_U \Delta x}{\sqrt{gD + U}} \quad (35)$$

donde:

- Δt = intervalo de tiempo de cálculo
- Δx = discretización espacial del tamaño de la malla (ΔX_R , ΔY_R)
- D = profundidad máxima del dominio
- U = orden de magnitud de la velocidad media esperada
- c_U = número de Courant, donde $c_U = 10$ cuando no se tienen en cuenta los términos no lineales, $c_U = 2$ con términos no lineales
- g = aceleración de la gravedad.

- **Discretización espacial, ΔX_R y ΔY_R**

Este parámetro es seleccionado anteriormente como limitante del modelo de propagación de oleaje, el cual necesita definir, por lo menos, 10 puntos por una longitud de onda de la ola propagada.

Para resolver el sistema, una estimación del tamaño de los elementos de la malla, se puede obtener mediante la relación:

$$\Delta X_R = \frac{L}{10} \propto \frac{\sqrt{ghT}}{10} \quad (36)$$

donde T es un período de onda medio y h una profundidad media de la zona de



estudio.

Para mayor detalle, ver en la selección “tamaños de malla” en el “Manual del Usuario del Mopla”.

3.8 Archivos de entrada y salida del programa Copla-(MC/SP)

Los casos de ejecución se identifican por una palabra [CLAVE] de cuatro caracteres alfanuméricos:

Archivos de entrada

[clave]out.dat Archivo de salida tanto del programa de propagación de oleaje Oluca-MC, como Oluca-SP. Los cuales incluyen la batimetría, altura de ola, direcciones, tamaño de malla, DXR, DYR. Aunque la estructura de estos dbz archivos es distinta para cada versión de Oluca, su contenido es muy similar.

[clave]dat Archivo con la información de la malla y coeficientes de calibración:

- Intervalo de tiempo en segundos
- Coeficiente de fricción de Chézy
- Tiempo de duración de la ejecución
- Viscosidad de remolino
- Opción de términos no lineales
- Generación de ficheros de evolución de U , V , ζ en el tiempo, de diferentes puntos de la malla, para verificar que el sistema alcance un estudio de equilibrio.

Un ejemplo de este archivo se da en la figura 3.5.

[clave]rad.dat Este archivo sólo sirve como entrada al modelo Copla-SP, contiene los tensores de radiación obtenidos a partir del oleaje irregular.



Archivos de salida

- ***Modelo Copla-MC***

[clave]vel.001 Archivo con las velocidades promediadas en el tiempo y la vertical. (U, V), en cada uno de los nodos de la malla, en un instante dado de tiempo.

[clave]sup.001 Archivo con los valores del nivel medio (ζ).

H.dat Archivo con la evolución temporal del nivel medio (η), en distintos puntos del dominio.

U.dat Archivo con la evolución temporal de velocidades (U), en distintos puntos del dominio.

V.dat Archivo con la evolución temporal de velocidades (V), en distintos puntos del dominio.

- ***Modelo Copla-SP***

[clave]uvh.001 Archivo con las velocidades medias (U, V) y el nivel medio (η).

[clave]H.dat Archivo con la evolución temporal del nivel medio (η), en distintos puntos del dominio.

[clave]U.dat Archivo con la evolución temporal de la velocidad (U), en distintos puntos del dominio.

[clave]V.dat Archivo con la evolución temporal de la velocidad (V), en distintos puntos del dominio.



EJEMPLO DEL FICHERO DE DATOS PARA CORRIENTES EN LA PLAYA

```

*
*
* FICHERO DE DATOS PARA CORRIENTES EN LA PLAYA
*
* F (2F10.3,3I5)
* IT = INTERVALO DE TIEMPO
* ROZA = RUGOSIDAD DE CHEZY --> 1/Mannig
* NT = NUMERO DE ESCRITURAS EN FICHERO
* REPE = NUMERO DE ITERACIONES ENTRE LAS ESCRITURAS
* IESDAO = NUMERO DE REPE'S HASTA LA PRIMERA ESCRITURA
*
* EN TOTAL LAS ITERACIONES SON --> ((NT-1)*REPE + IESDAO*REPE)
* HAY QUE CUMPLIR LA CONDICION --> (NN >= (NT-1)*REPE + IESDAO*REPE)
*
* IT ROZA NT REPE IESDAO
* *****.***#####.#####
* 1.500 15.000 1 150 1
*
* EDDY = FACTOR EDDY VISCOSITY
* CORI = FACTOR DE CORIOLIS
* NINTER= NUMERO ITERACIONES EN TERMINOS NO LINEALES
* F (2F10.3,I5)
* EDDY CORI NINTER
* 30.000 0.000 3
*
* IANL = TERMINOS NO LINEALES (SI = 1)
* IAGUA = INUNDACION DE CELDAS (SI = 1)
* ISLIP = CONTORNOS SIN FRICCION (SI = 1)
* F (3I5)
* IANL IAGUA ISLIP
* 1 0 0
*
*
* COORDENADAS DE PUNTOS DONDE SE DESEE TENER UN FICHERO EN EL TIEMPO
* DE SUPERFICIE LIBRE (ETA), VELOCIDAD (U), VELOCIDAD (V).
* F (I5)
* NUMERO DE PUNTOS (MAXIMO 10 PUNTOS)
* 3
* F (2I5)
* DAR LAS COORDENADAS EN (I,J) DE CADA PUNTO
* I J
* 15 30
* 30 30
* 40 30

```

Figura 3.5. Ejemplo del fichero de datos [clave]dat, para corrientes en playas

CAPÍTULO 4

ESTRUCTURA DEL CÓDIGO DEL PROGRAMA



4. ESTRUCTURA DEL CÓDIGO DEL PROGRAMA

4.1 Introducción

Los programas Copla-MC y Copla-SP han sido desarrollados por el Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas de la Universidad de Cantabria. Estos programas han sido aplicados y contrastados en diferentes estudios de Ingeniería Litoral desde 1992, obteniéndose buenos resultados. En adelante cuando nos refiramos al programa Copla, estaremos haciendo mención a los dos modelos.

La resolución de un problema general de corrientes en playas requiere seguir el siguiente proceso:

En primer lugar, ejecutar el correspondiente programa Oluca-(MC ó SP) con el fin de obtener el campo de oleaje propagado (H, T, ϵ, h) en la zona de estudio.

Seguidamente, a partir de estos datos de oleaje y batimetría, el Copla lee esto como datos de entrada al programa.

En el caso del Copla-MC, éste calcula los tensores de radiación en cada uno de los nodos de la malla, y evalúa los gradientes de estos tensores para una malla más reducida (ver figura 3.4). Por otro lado, el Copla-SP lee para esta malla reducida, los tensores ya calculados a partir del Oluca-SP.

Finalmente, resuelven numéricamente las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad, incorporando los tensores de radiación como elementos motores del sistema.

La salida del programa son las velocidades medias (U, V) y la elevación del nivel medio del mar, ζ , en cada uno de los puntos de la malla reducida.

4.2 Descripción de subrutinas

Los “Programas de Corrientes en Playas” (Copla) están estructurados en un Programa Principal y 16 Subrutinas, sin llamar a programas o paquetes externos (en la figura 4.1 se presentan unos esquemas globales de la estructura del programa).

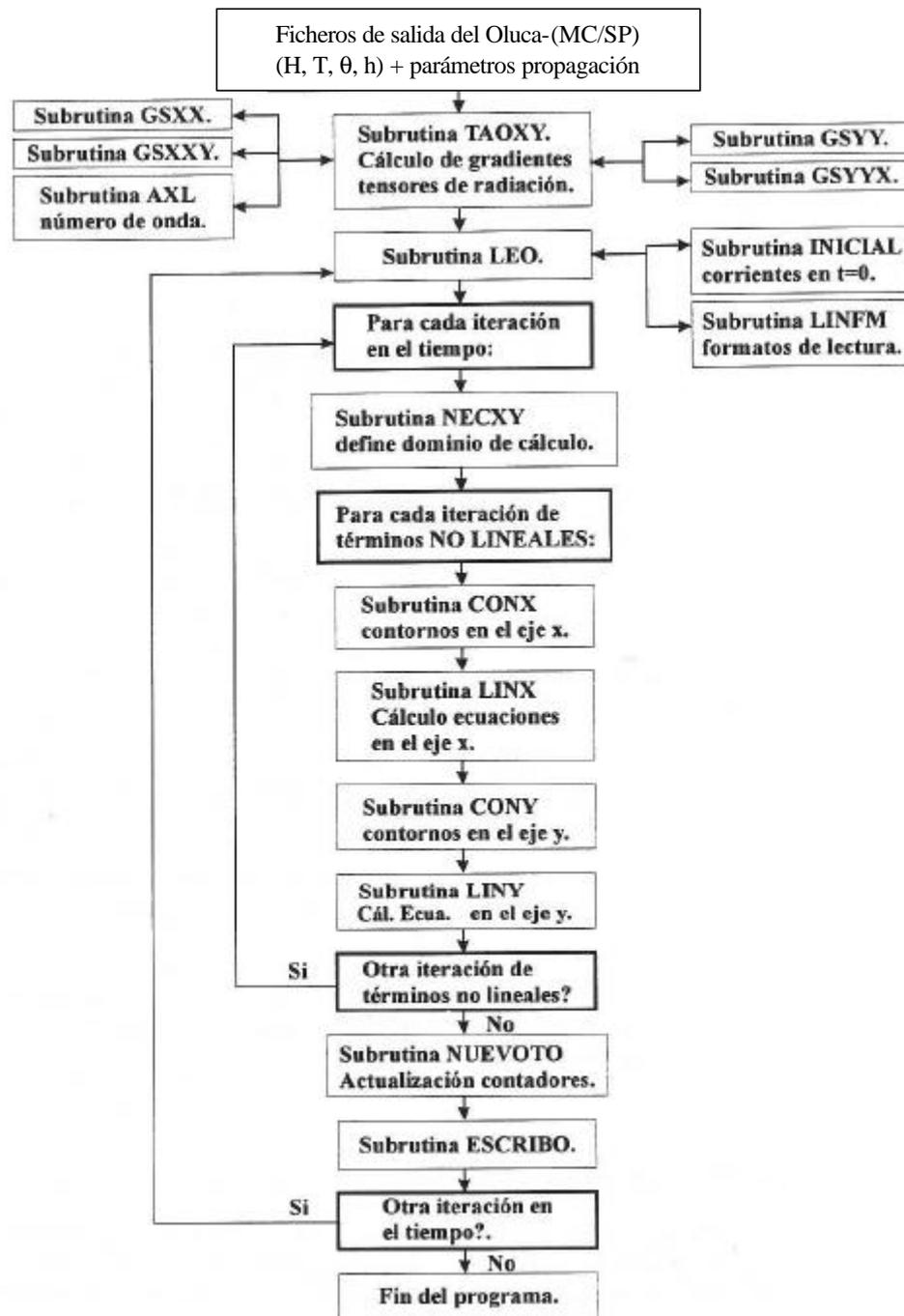


Figura 4.1. Copla-(MC/SP): esquema global de los programas



El programa está codificado en FORTRAN77, siendo aceptado por cualquier compilador que lea dicho lenguaje.

1. Subrutina TAOXY

- Es llamada en el Programa Principal.
- Lee los ficheros de salida del Oluca-MC.
- Calcula los tensores de radiación.
- Calcula los gradientes de los tensores de radiación.
- Llama las subrutinas: GSXX, GSXXY, GSY Y, GSY YX.
- Llama la función: AXL.

2. Subrutina LEO

- Es llamada en el Programa Principal.
- Lee el fichero con parámetros de flujo y de ejecución de corrientes.
- Inicializa las variables de contorno.
- Llama las subrutinas: INICIAL y LINFM.

3. Subrutina NECXY

- Es llamada en el Programa Principal.
- Determina el rango espacial de cálculo, definiendo zonas de agua y tierra.

4. Subrutina CONX

- Es llamada desde el Programa Principal.
- Define el tipo de contorno en la primera y última filas en x .



5. Subrutina LINX

- Es llamada desde el Programa Principal.
- Resuelve numéricamente las ecuaciones (1), (2) y (3) para las filas en x , en el tiempo $t+\Delta t/2$, siendo el cálculo de U y ζ implícito y el cálculo de V explícito.

6. Subrutina CONY

- Es llamada desde el Programa Principal.
- Define el tipo de contorno en la primera y última filas en y .

7. Subrutina LINY

- Esta subrutina se llama desde el Programa Principal.
- Resuelve numéricamente las ecuaciones (1), (2) y (3), para las filas en y en el tiempo $t+\Delta t$, siendo el cálculo de V y ζ implícito y el cálculo de U explícito.

8. Subrutina NUEVOTO

- Esta subrutina se llama desde el Programa Principal.
- Actualiza las cantidades temporales del programa.

9. Subrutina ESCRIBO

- Se llama desde el Programa Principal.
- Escribe los resultados de U, V y ζ en cada iteración de tiempo, en ficheros de salida. Los detalles de estos ficheros se pueden consultar en el Manual del Usuario del Copla.



10. Subrutinas GSXX, GSXXY, GSYY y GSYYX

- Estas subrutinas se llaman desde **TAOXY**.
- Calculan los gradientes de los tensores de radiación con base en los datos de ondas y batimetría en cada punto de la malla.

11. Función AXL

- Es llamada desde **TAOXY**.
- Calcula el número de onda $K = 2\delta / L$, donde L es la longitud de onda en cada punto de la malla, $L = f(H_I, T, h)$.

12. Subrutina INICIAL (no actúa en el programa)

- Su llamada se hace desde **LEO**.
- Permite llamar en un tiempo $t=0$, un campo de corrientes inicial en cada punto de la malla.

13. Subrutina LINFM

- Se llama desde **LEO**.
- Lee líneas de comentarios y las distingue de los datos en el fichero con los parámetros de ejecución de las corrientes.

CAPÍTULO 5

APLICACIONES DEL MODELO COPLA-(MC/SP)



5. APLICACIONES DEL MODELO Copla-(MC/SP)

Los modelos Copla-MC y Copla-SP han sido validados a partir de casos teóricos y mediciones en playas realizadas por el Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas de la Universidad de Cantabria. A efectos de este Manual, los modelos se aplicaron en cuatro casos teóricos con batimetría recta y paralela: (1) ondas incidiendo normales a la batimetría, (2) ondas incidiendo a $\theta = 30^\circ$, (3) fondo con batimetría en forma de una cuña y (4) batimetría de una playa encajada en equilibrio estático. También se aplicó el modelo a dos casos de playas: la Playa del Puntal (Santander) y la Playa de Plentzia (Vizcaya).

5.1 Casos teóricos

Batimetría recta y paralela

A partir de una playa con pendiente uniforme 1/20, figura 5.1, se propagó un oleaje monocromático con altura de ola de $H = 5.0 \text{ m}$, con período de $T = 18 \text{ s}$, discretización espacial $DXR = D Y R = 100 \text{ m}$, con incidencia normal y a 30° con respecto al eje de propagación.

- ***Incidencia normal de las ondas***

Para el caso de incidencia normal, se observa en la figura 5.2 (a,b) los resultados de propagación del oleaje, en (a) la amplitud y dirección del oleaje, representada por vectores cuya magnitud equivale a la altura de ola y su dirección a la del frente en el nodo y (b) altura de ola máxima. Se observa en el diagrama de flechas la ola rompiendo y luego disipándose hasta la línea de costa, con los frentes rectos y paralelos a la playa.

En la figura 5.3 se representa los resultados del programa Copla-MC, donde en 5.3a aparece el campo de velocidades que es nulo como era de esperarse. En la figura 5.3b la sobreelevación del nivel medio a lo largo de un perfil de playa; esta última compara el nivel medio calculado con el modelo numérico y un nivel medio



RESULTADOS DE BATIMETRIA

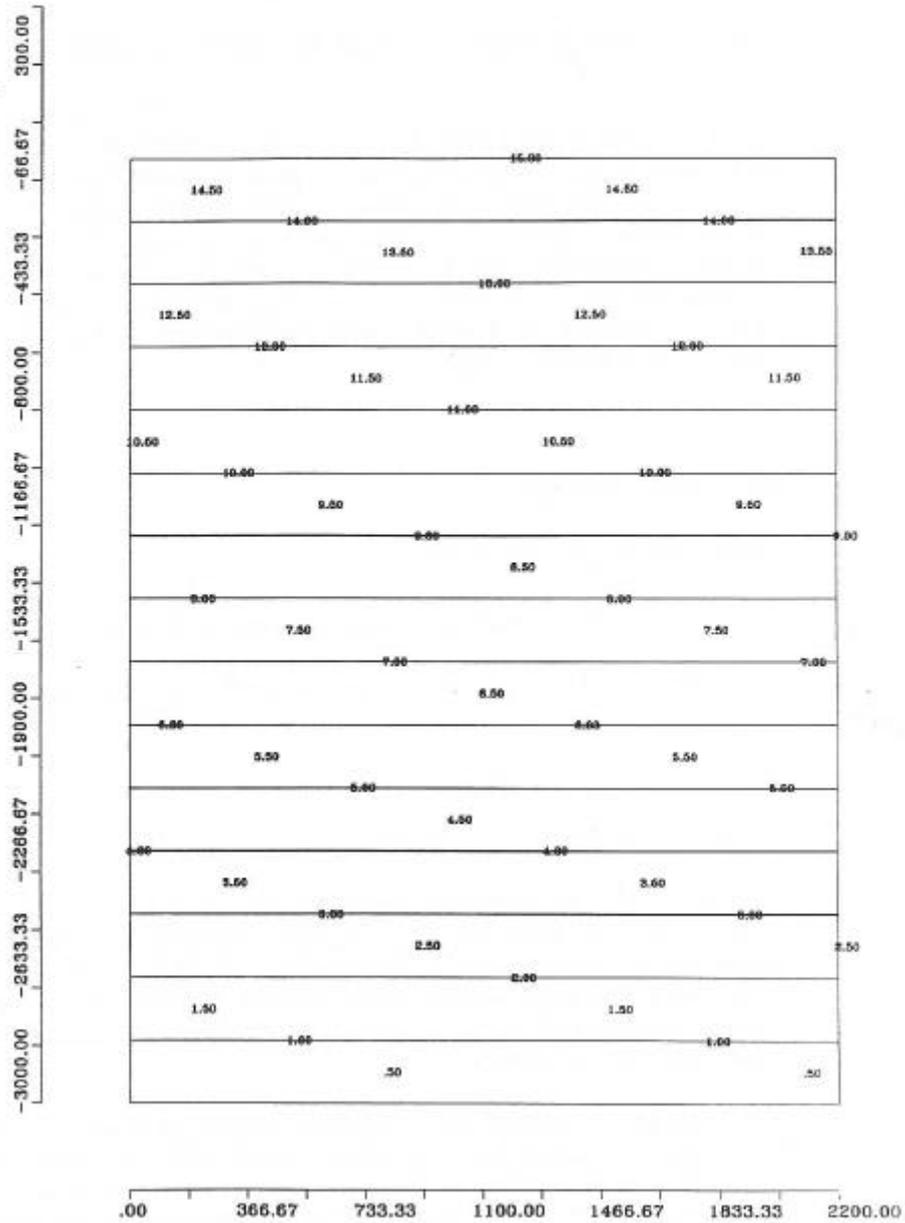


Figura 5.1. Batimetría recta y paralela (m=1/20)

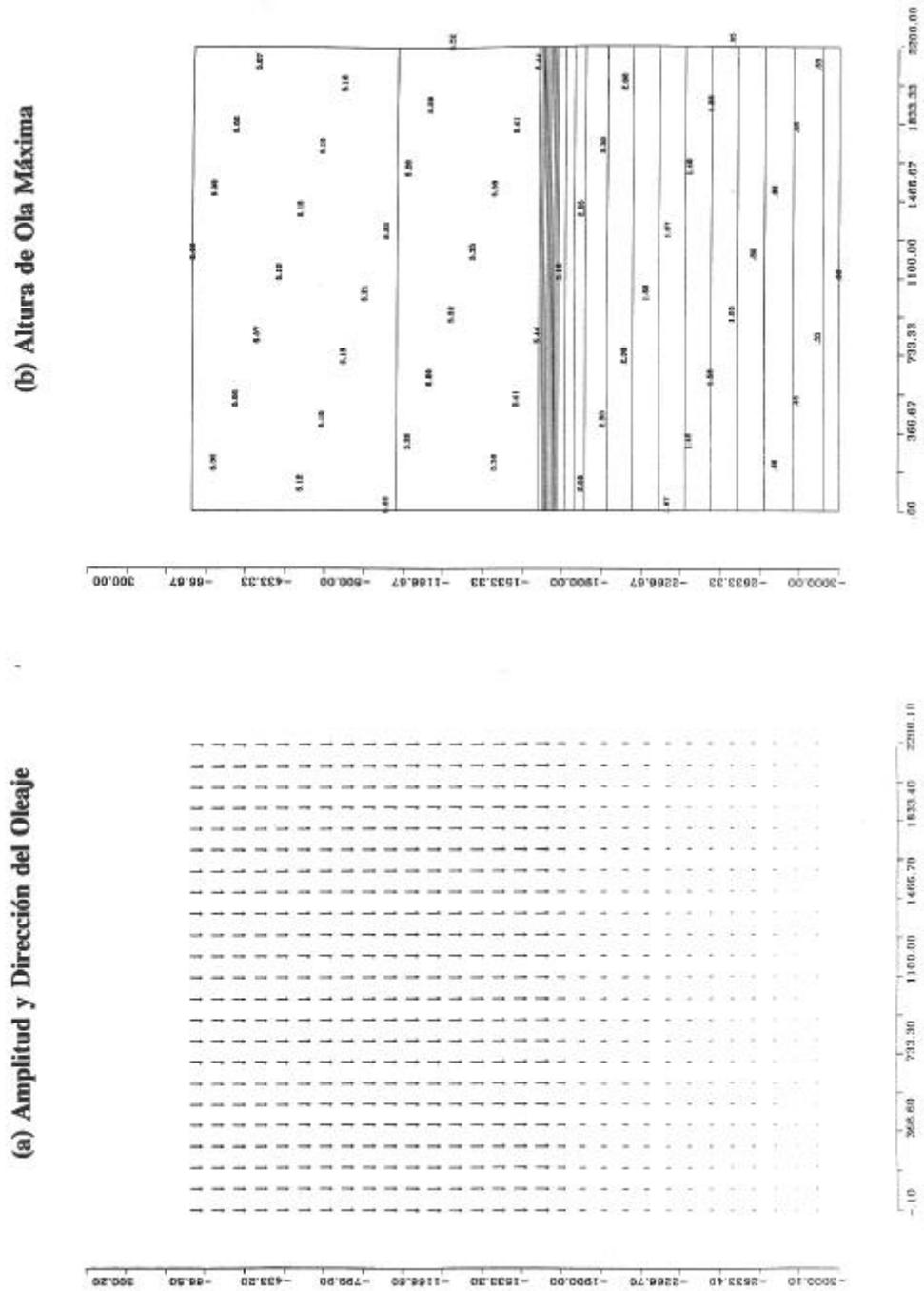


Figura 5.2. Propagación de oleaje ($\theta = 0^\circ$, $H = 5.0$ m, $T = 18$ s)

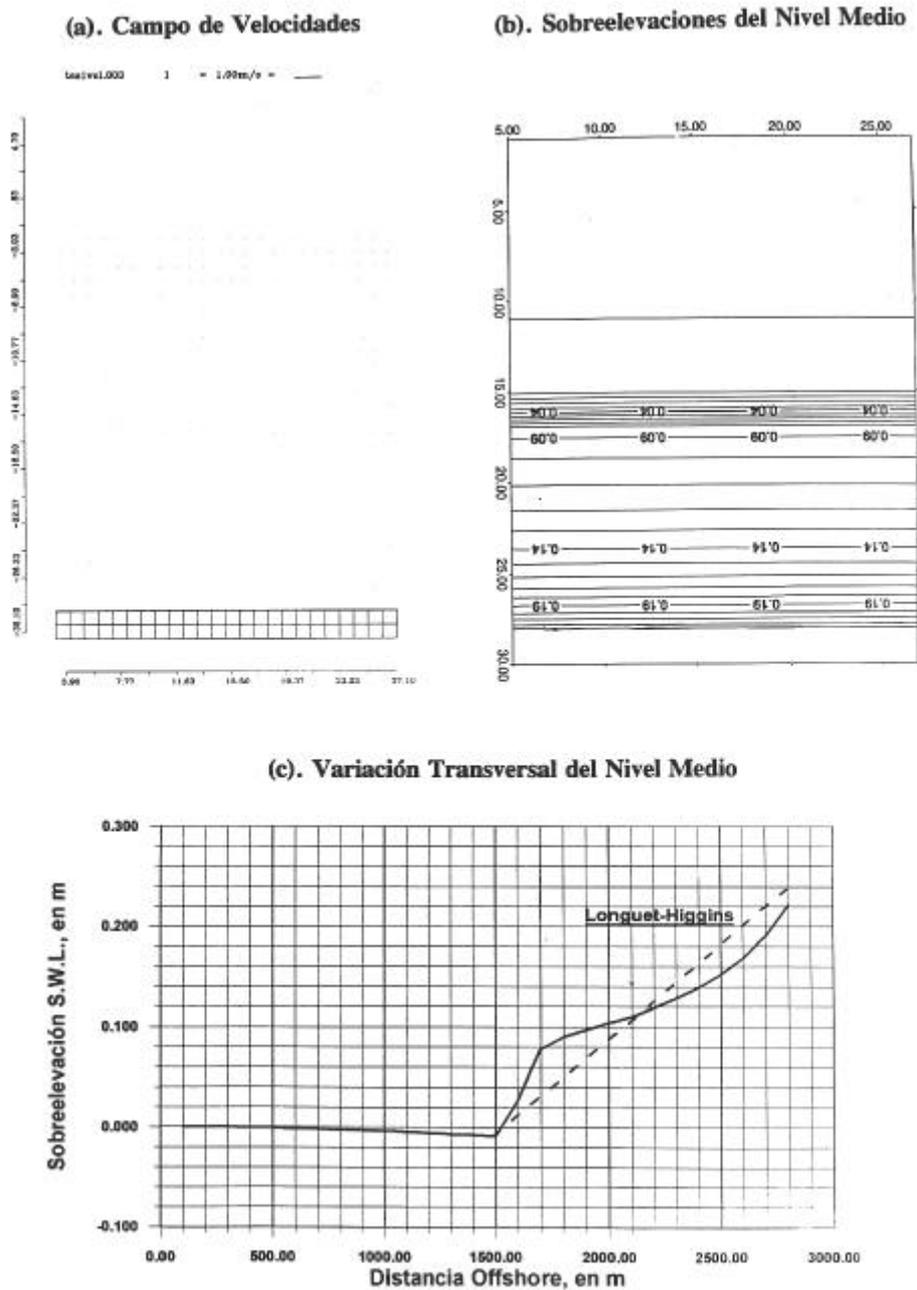


Figura 5.3. Campo de corrientes (oleaje normal)
 (a) campo de velocidades, (b) sobreelevación del nivel medio,
 (c) variación transversal del nivel medio.



teórico evaluado por Longuet-Higgins y Stewart (1964), con base en teoría lineal:

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} = -k \frac{\partial h}{\partial x}$$

con:

$$\frac{1}{1 + \frac{8}{3g^2}}$$

cuya solución es de la forma:

$$\mathbf{h} = k (h_b - h) + \overline{\mathbf{h}}_b$$

donde h_b y $\overline{\mathbf{h}}_b$ son la profundidad estática y la variación del nivel medio del mar dinámico en el punto de rotura.

El modelo de Longuet-Higgins supone una ley lineal del decaimiento de la altura de ola en la zona de rompientes ($H = \tilde{a}h$). Por esto, en la figura 5.3(c) aparece una línea recta. En el modelo de propagación de oleaje, como se dijo en la sección 2.4 del “Manual de Referencia” del Oluca-MC, el modelo de disipación es exponencial, razón por la cual hay una diferencia de la forma de las curvas, pero en términos generales el "set-up" en la playa es del mismo orden ($\overline{\mathbf{h}} = 0.23 \text{ m}$) en los dos.

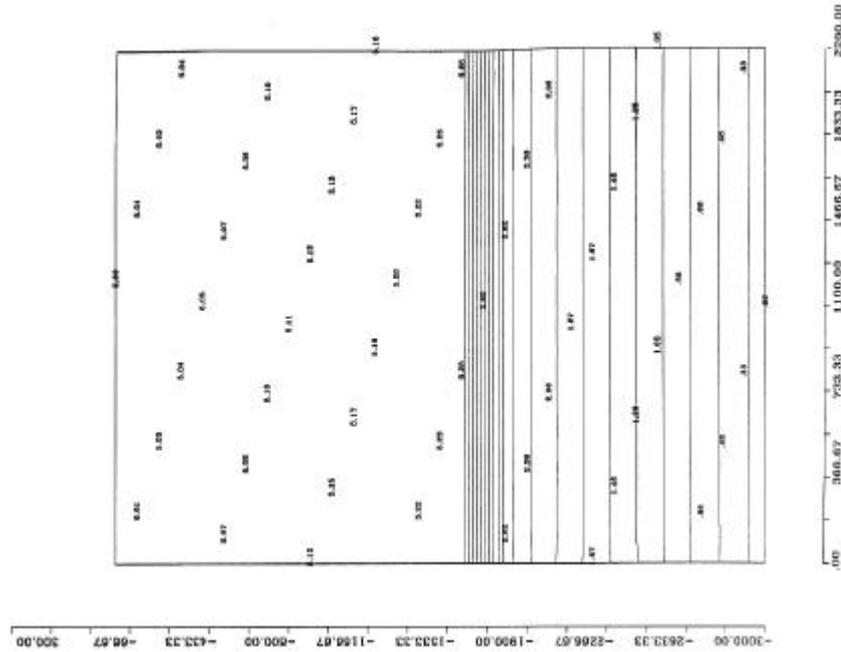
- ***Incidencia oblicua de las ondas***

Para este caso se aplican los modelos asociados al oleaje irregular (Oluca-SP y Copla-SP), con una incidencia media del espectro direccional ($\hat{e}_0 = 30^\circ$). Los resultados de la propagación de oleaje se pueden ver en la figura 5.4 (a,b). En cuanto al campo de corrientes, se ejecutaron cuatro casos, con el fin de comparar los efectos de cambio en la rugosidad ($K_{swc} = 2.0$, $K_{swc} = 0.5$) con viscosidad de



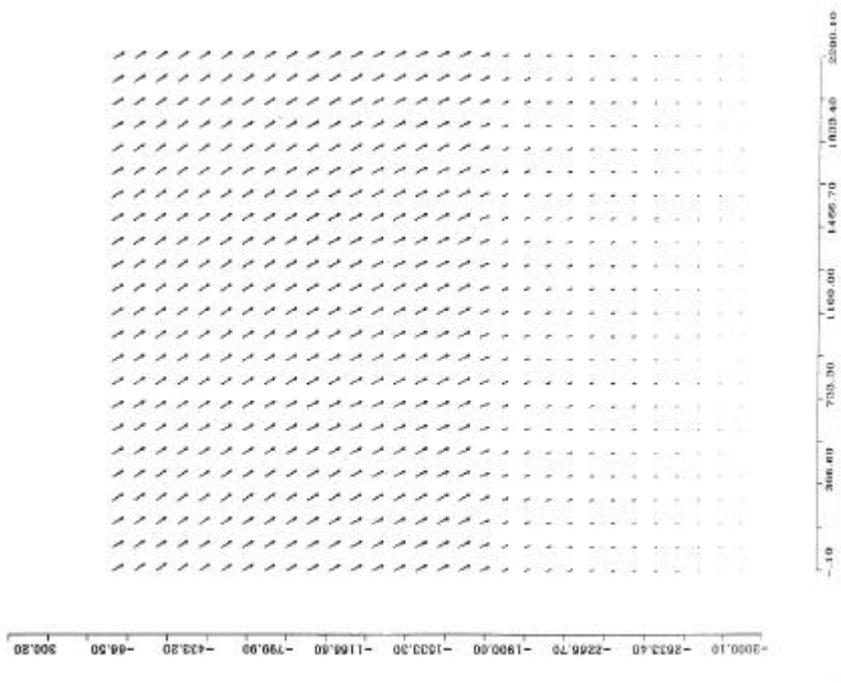
(b)

(b). Altura de Ola Máxima



(a)

(a). Amplitud y Dirección del Oleaje



$$(\theta_0 = 30^\circ, H_s = 5.0 \text{ m}, T_p = 18 \text{ s})$$

(a) amplitud y dirección del oleaje, (b) altura de ola significativa

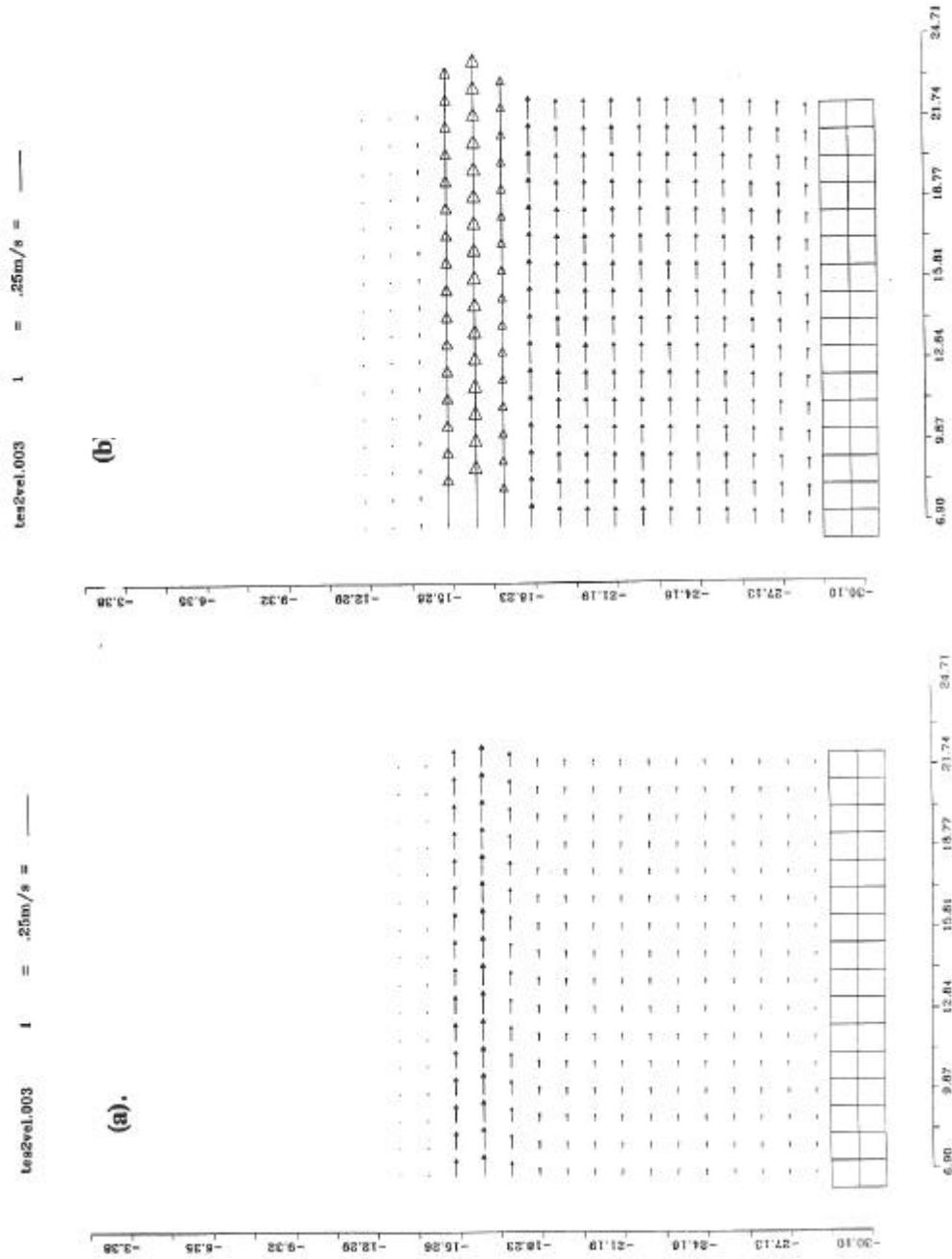


Figura 5.5. Campo de velocidades ($\epsilon = 0$, $\theta_0 = 30^\circ$)
 (a) $K_{swc} = 2.0$, (b) $K_{swc} = 0.5$

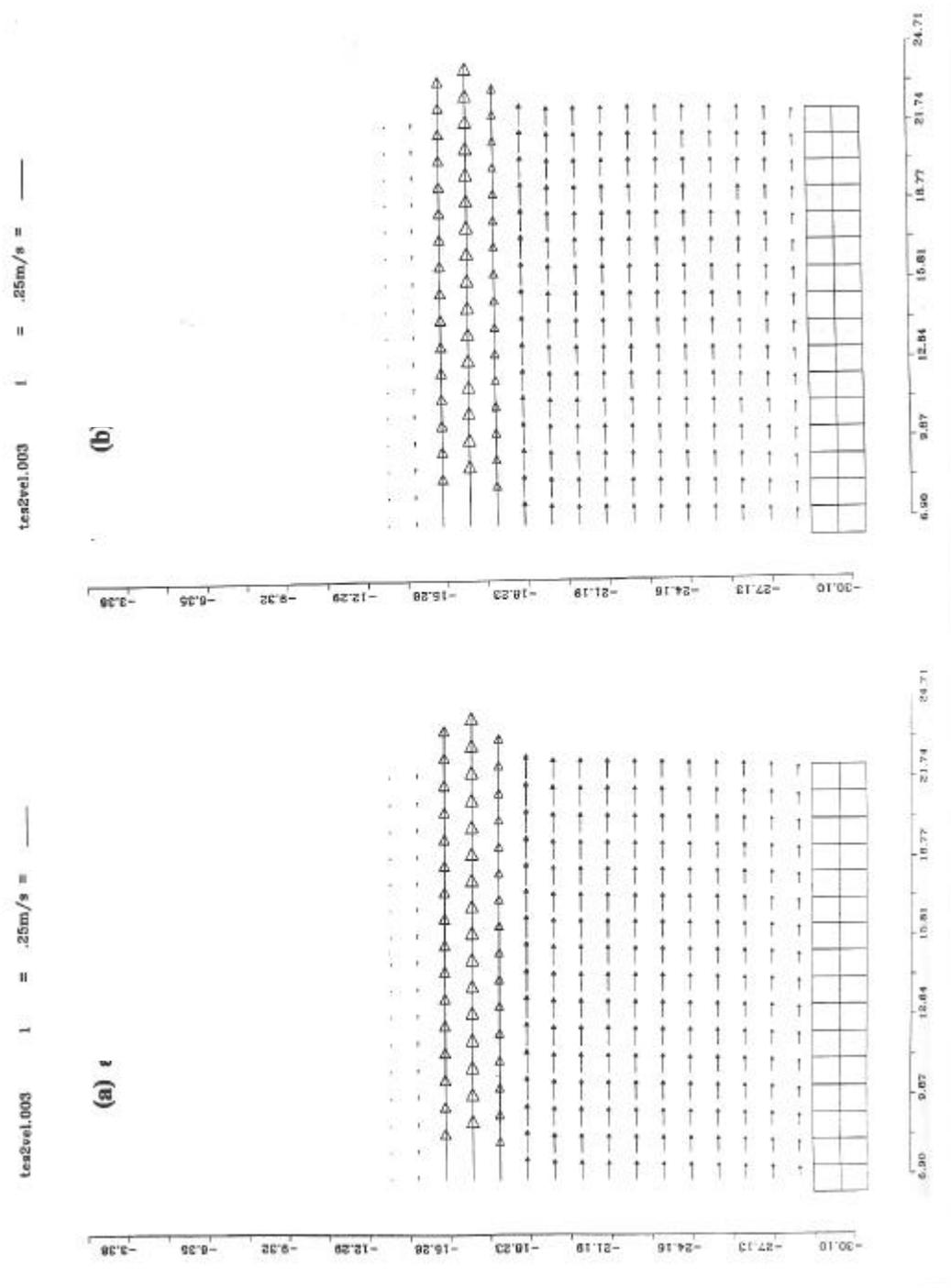
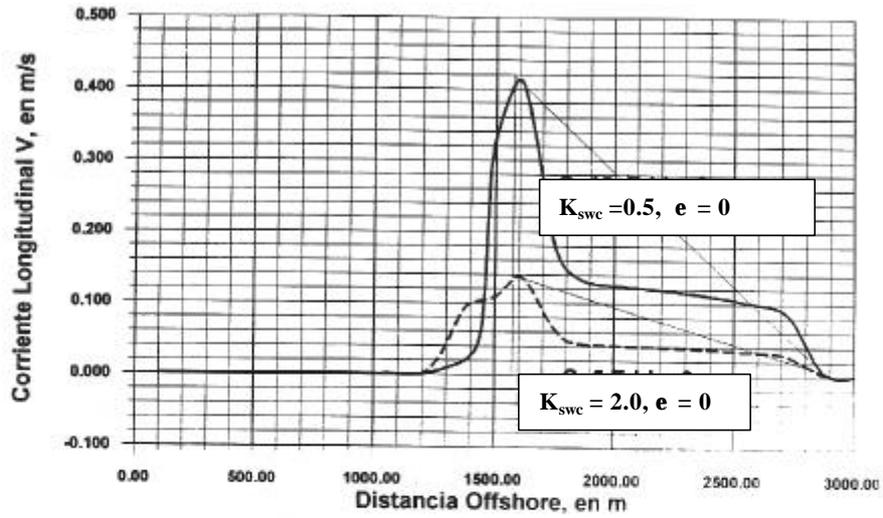


Figura 5.6. Campo de velocidad ($K_{swc} = 0.5$, $\theta_0 = 30^\circ$)
 (a) $\epsilon = 5$, (b) $\epsilon = 15$



(a) Variación Transversal de Velocidades
 $C = 5, C = 15, \epsilon = 0$



(b) Variación Transversal de Velocidades

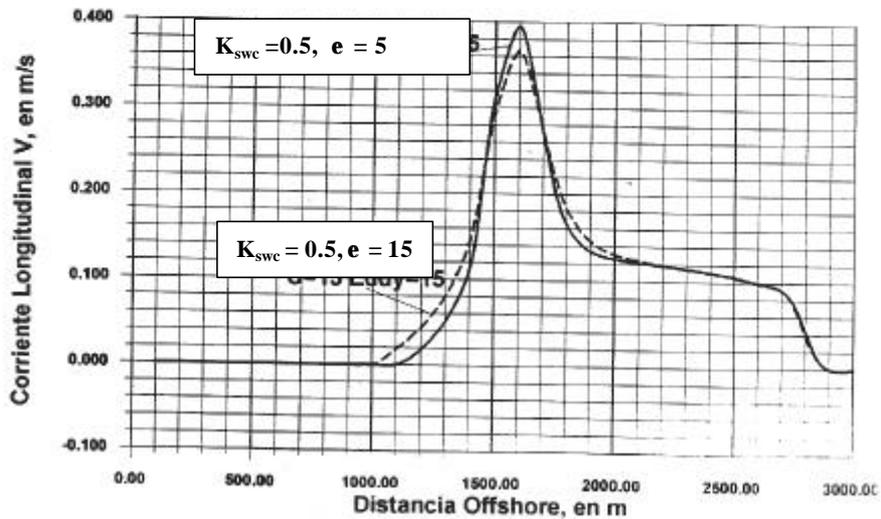


Figura 5.7. Variación transversal de velocidades
 (a) $\epsilon = 0, K_{swc} = 2.0, K_{swc} = 0.5$; (b) $K_{swc} = 0.5, \epsilon = 5, \epsilon = 15$



remolino ($\dot{a}=0$), y se efectuó un análisis de sensibilidad con cambio de viscosidad de remolino ($\dot{a}=5$ y $\dot{a}=15$), con rugosidad constante $K_{swc}=0.5$.

En la figura 5.5 (a,b) se observa el campo de corrientes para las dos fricciones diferentes, donde se ve cómo el aumento de fricción (menor Chézy) disminuye la magnitud de las velocidades. En la figura 5.7a se comparan los perfiles transversales de velocidad sin viscosidad de remolino (modelo numérico), según la teoría de Longuet-Higgins.

Se observa la diferencia de velocidades debido a la fricción y cómo las curvas del modelo numérico decaen inicialmente más rápidamente debido al modelo de disipación en la zona de rompientes del Oluca-SP, pero las velocidades son del mismo orden de magnitud.

Para los casos de variación de la viscosidad de remolino, en la figura 5.6 (a,b) se observa en el campo de oleaje que las magnitudes de la velocidad son casi las mismas, pero en la figura 5.7b se aprecia cómo la viscosidad de remolino al ser más grande distribuye el flujo transversalmente, como es de esperar. Esta es una de las razones por la cual se recomienda primero calibrar la fricción, dado que ésta influye más en las magnitudes de las velocidades debido a las bajas profundidades, y luego ajustar la distribución espacial de velocidades con la viscosidad de remolino.

Caso de una cuña

Este caso se ejecutó con el mismo oleaje del caso anterior, con incidencia normal y la batimetría de un saliente, ver figura 5.8a, que induce una refracción del oleaje, como se observa en los diagramas de amplitud y dirección, figura 5.8b, altura de ola significativa figura 5.9a y superficie libre 5.9b (resultados del modelo Oluca-SP).

En la figura 5.10 (a,b) aparecen los resultados del modelo Copla-SP, donde se aprecia el sistema de corrientes asociado al oleaje, en 5.10a, las corrientes que divergen en la cuña y en la figura 5.10b, las sobreelevaciones del nivel medio concentradas en la parte superior de la cuña.

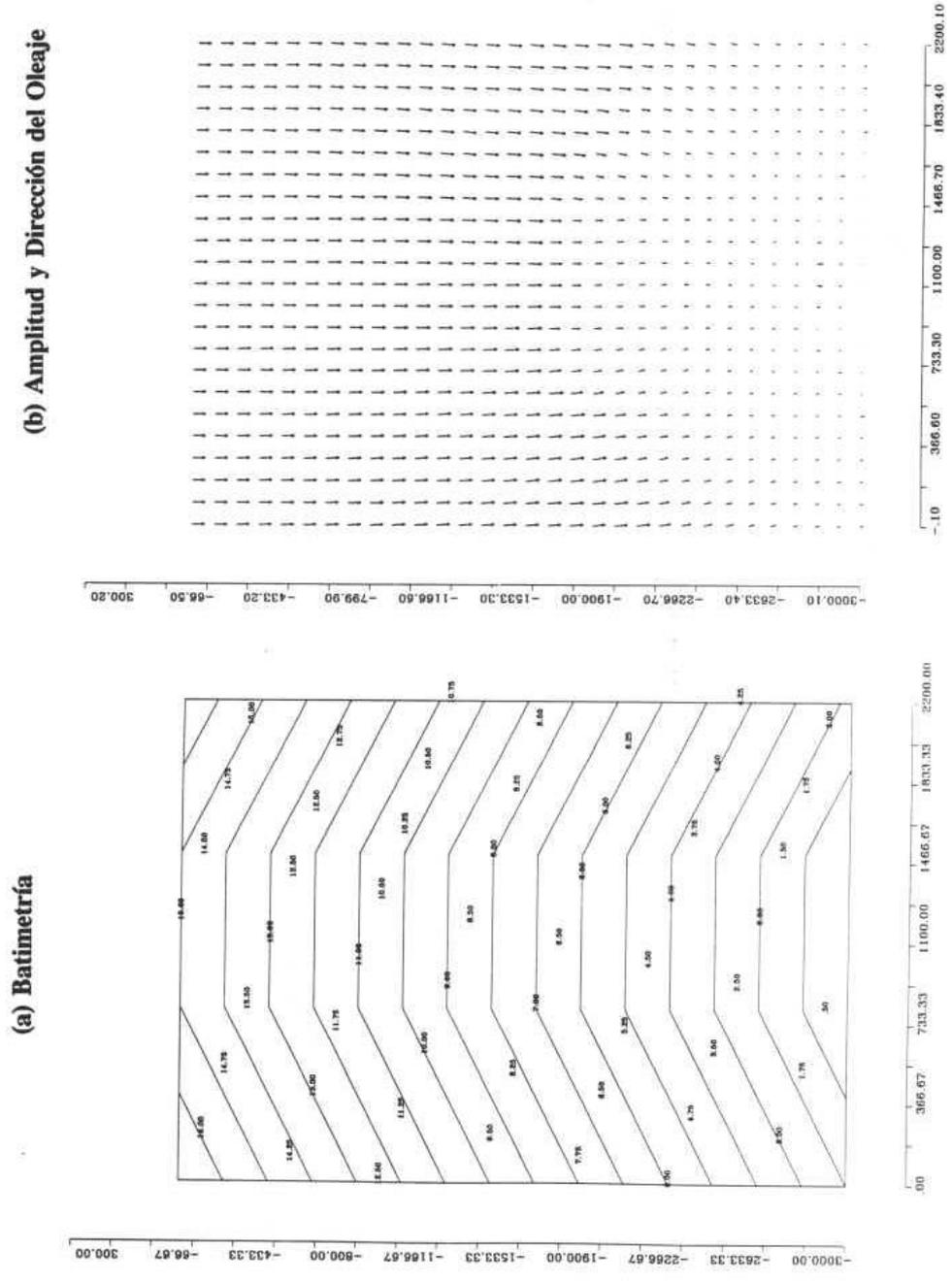


Figura 5.8. Propagación de oleaje en una cuña
 ($\theta = 0^\circ$, $H_s = 5.0$ m, $T_p = 18$ s)
 (a) batimetría, (b) amplitud y dirección del oleaje

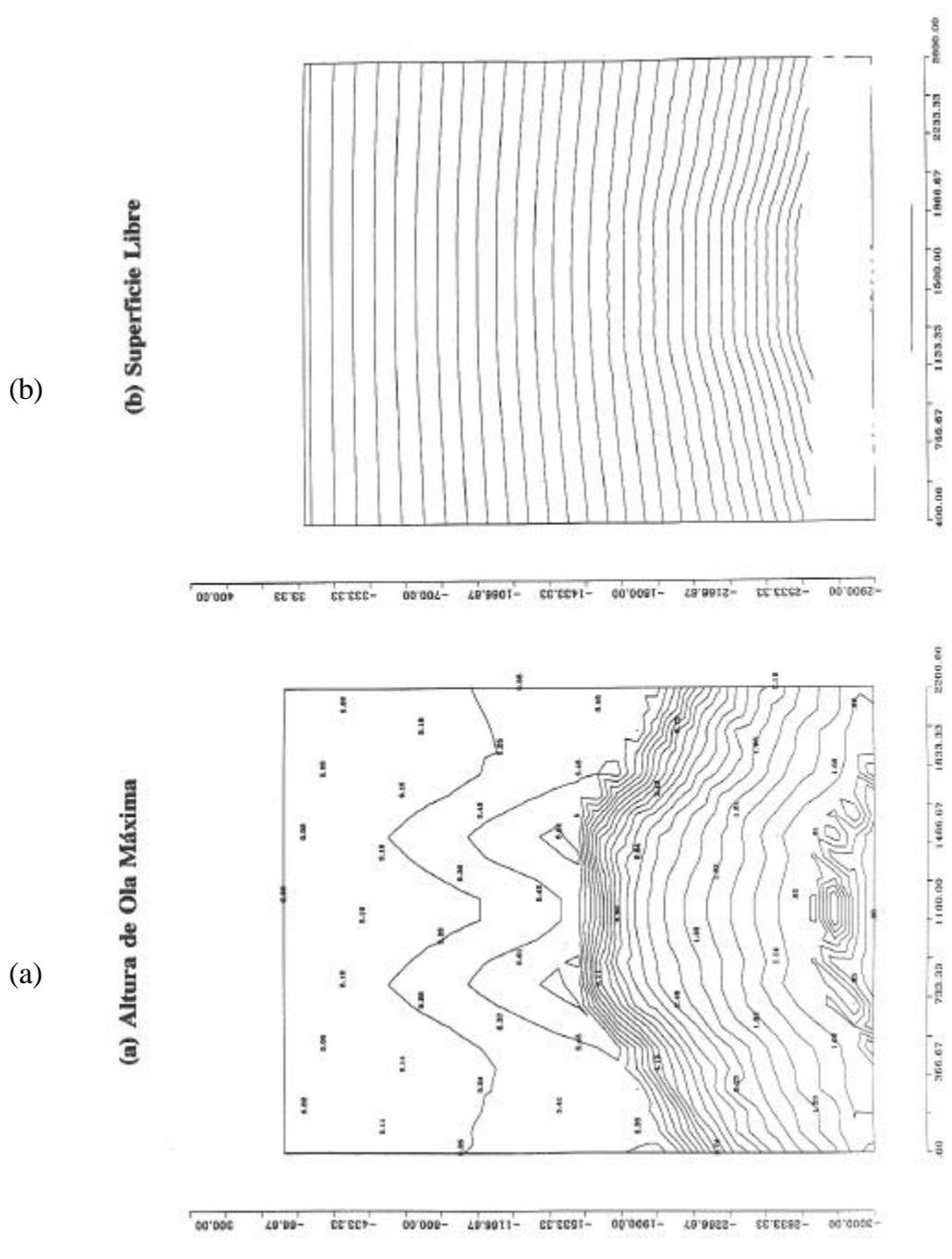


Figura 5.9. Propagación del oleaje en una cuña
 $(H_s = 5.0 \text{ m}, T_p = 18 \text{ s}, \theta = 0^\circ)$
 (a) altura de ola significativa, (b) superficie libre (una componente)

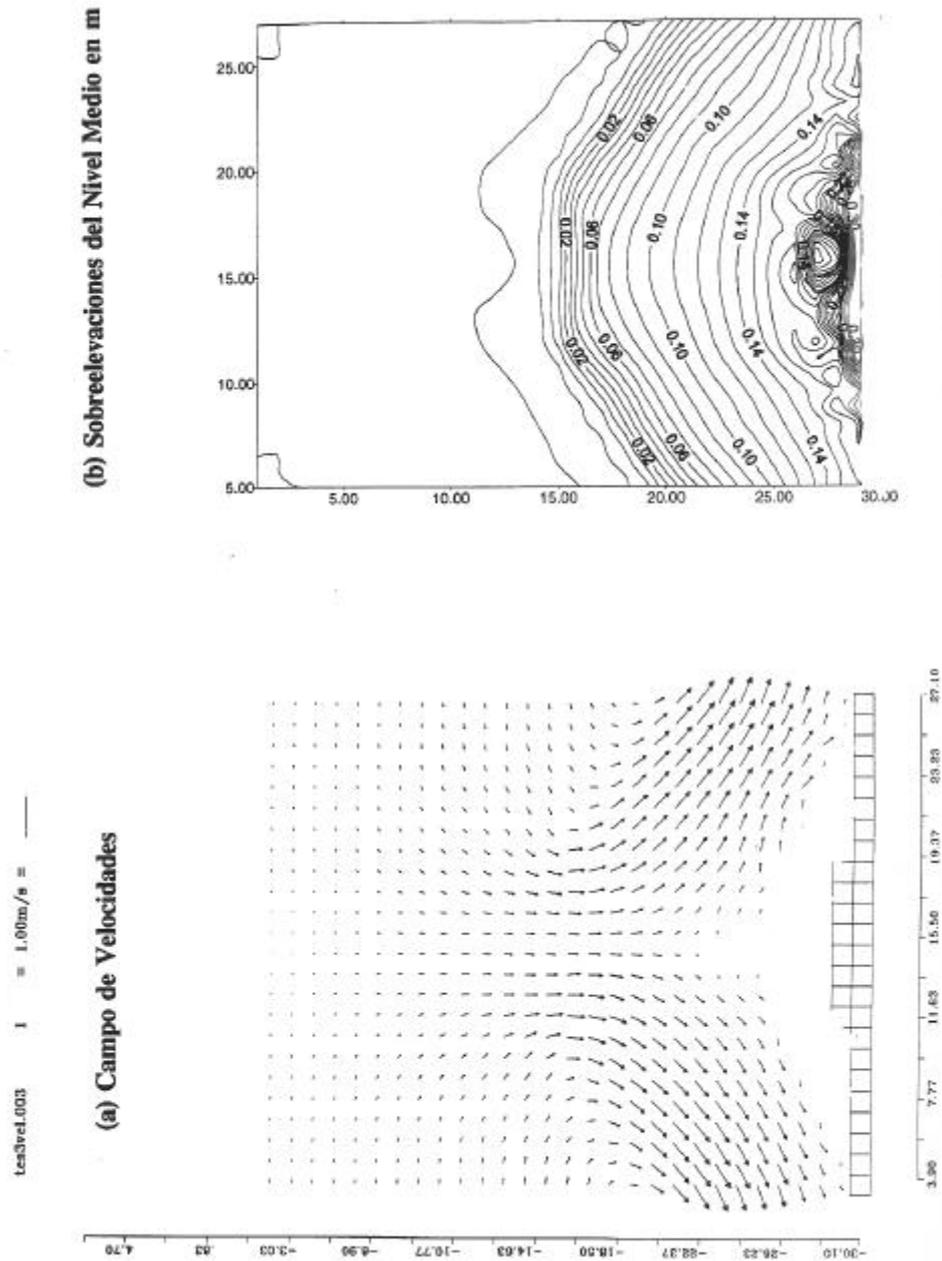


Figura 5.10. Campo de velocidades en la cuña
 (a) sistemas de corrientes, (b) Sobre-elevaciones del nivel medio



Caso de una playa en equilibrio estático

A partir del modelo empírico de una playa en equilibrio estático, González (1997), se definió la forma en planta de la playa con un $\hat{\alpha}_{\min} = 48^\circ$ ($\hat{\alpha} = 42^\circ$) y $R_0 = 297$ m. El perfil de equilibrio de Dean con un $A = 0.23$, ver la batimetría en la figura 5.11a. La forma de esta playa es lo que se denomina una playa encajada en equilibrio estático. En este tipo de playas existe un balance entre las corrientes debidas a la oblicuidad de las ondas y las corrientes generadas por los gradientes de altura de ola, siendo prácticamente nulo el sistema de corrientes longitudinales.

Se propagará un oleaje monocromático con altura de ola $H = 5.0$ m, período $T = 10$ s, dirección $\hat{\theta} = 0^\circ$ y tamaño de la malla $DXR = DXY = 10$ metros. Los resultados de la propagación se observan en la figura 5.11b. Gradientes de altura de ola longitudinal generadas por el dique. En la figura 5.12 b aparece la superficie libre del oleaje, donde se aprecia cómo los frentes no son totalmente paralelos a la playa detrás del dique.

Se ejecutó el programa Copla-MC con un $c=15$ y $\hat{\alpha}=30$, con lo cual se obtuvo el patrón de corrientes de la figura 5.13. Como era de esperar, el sistema de corrientes prácticamente es nulo, excepto en la punta del dique, por efectos locales de la rotura de las ondas en la estructura.

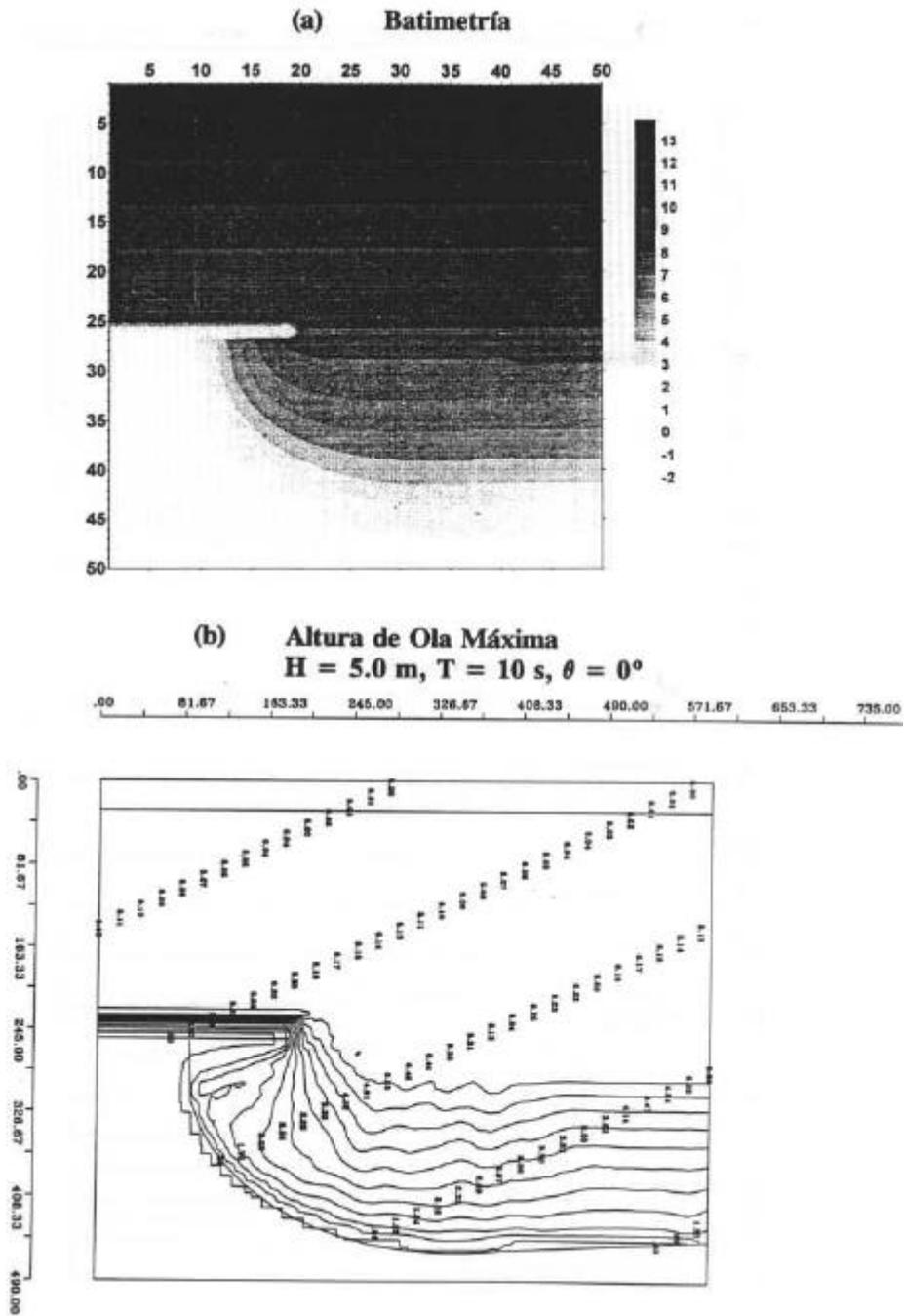


Figura 5.11. Playa en equilibrio estatico.
 $\alpha_{\min} = 48^\circ, R_0 = 297 \text{ m}, A = 0.23, \Delta x = 10 \text{ m}$

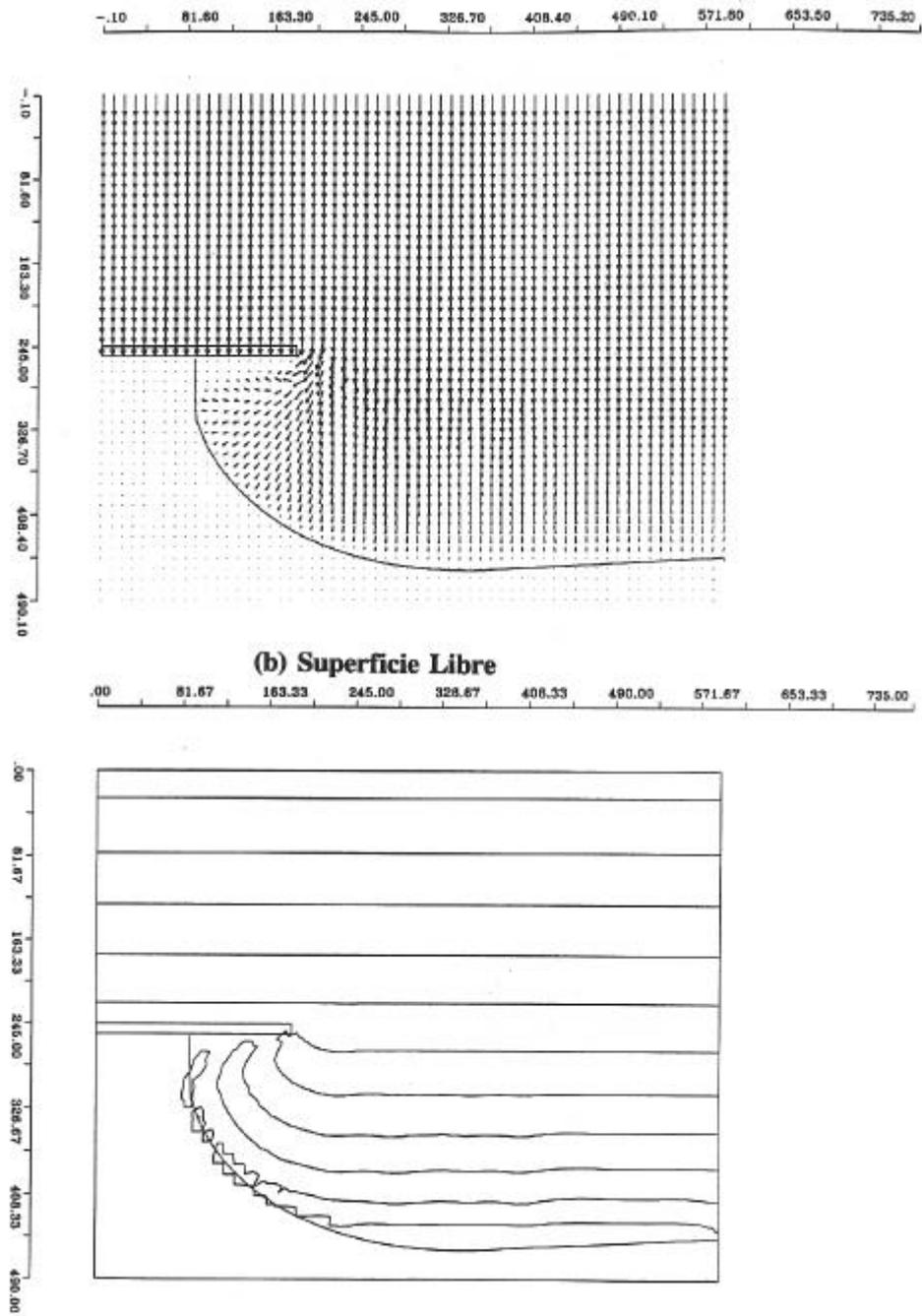


Figura 5.12. Propagación del oleaje. $H = 5.0$ m, $T = 10$ s, $\theta = 0^\circ$

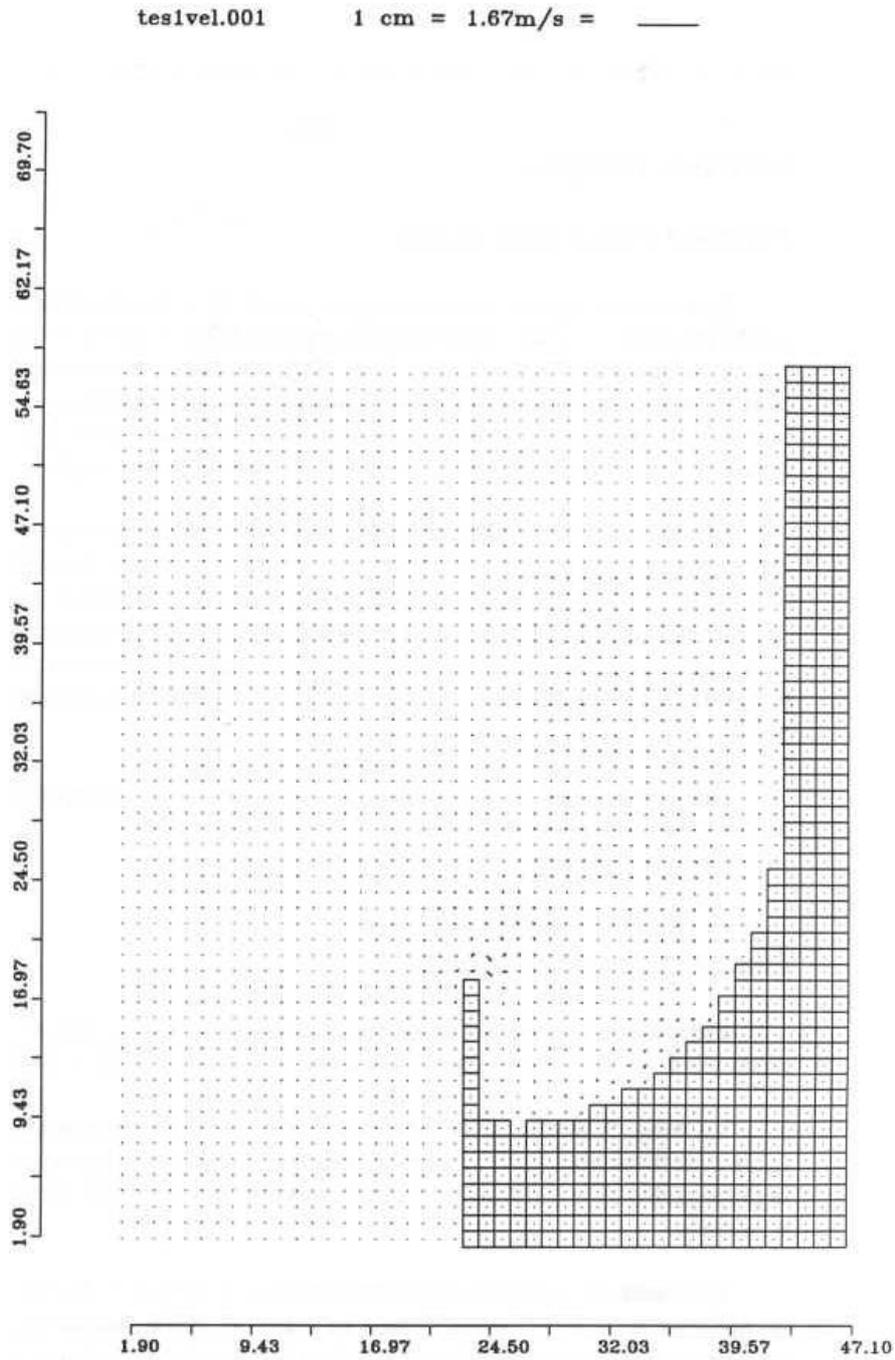


Figura 5.13. Campo de velocidades. Playa en equilibrio.
 $C = 15$, $\epsilon = 20$, $H = 5.0$, $T = 10$ s, $\theta = 0^\circ$



5.2 Casos Prácticos

Playa del Puntal (Santander)

Este caso se ejecutó con un oleaje monocromático de altura $H = 5.0$ m, período $T = 8$ s, incidencia $DIR = NNW$, discretización espacial $DXR = DYR = 20$ m, con la batimetría que se muestra en la figura 5.14. Se puede observar en la figura 5.15 (a,b) en la propagación (diagrama de flechas de amplitudes-direcciones y la superficie libre) el efecto de cruce de frentes debido a la interferencia de la Isla de Mouro, el cual genera unos gradientes de altura de ola a lo largo de la playa.

El modelo de propagación Copla-MC se ejecutó con unos parámetros calibrados con mediciones en campo de $c = 15$ y $e = 25$. En la figura 5.16 se observa el patrón de corrientes, el cual genera un sistema celular con corrientes de retorno, que corresponden a las formas irregulares que presenta la batimetría del Puntal, ver detalle con corrientes en la Punta, figura 5.17 (a,b) del modelo y una fotografía aérea, donde se muestra la configuración irregular de la playa debido a estas corrientes.

Este comportamiento del oleaje y las corrientes ha sido comprobado a partir de campañas de campo realizadas en dicha playa.

Playa de Plentzia (Vizcaya)

Este caso se efectuó con un oleaje irregular de altura $H_s = 4.0$ m, período de pico $T_p = 18$ s, dirección $\theta = NW$, discretización del tamaño de mallas $DXR = DYR = 25$ m.

En la figura 5.18 aparece la batimetría de este caso. Se presenta en la figura 5.19 (a) la superficie libre de una componente y (b) la altura de ola significativa, donde el principal efecto en la propagación es la difracción del oleaje generada por los diques de San Valentín y Astondo (resultados del modelo Oluca-SP).

El modelo de corrientes se efectuó con un $K_{swc} = 1.0$ y $e = 25$. En la figura 5.20 se presenta el sistema de corrientes asociado al oleaje, donde muestra unas corrientes en la zona protegida cercana a la ría del orden de 0.4 m/s, zona donde la playa de acuerdo con su proceso histórico, se encuentra en desequilibrio, tanto por la interacción con la ría como por los procesos de erosión que ha tenido.



El sistema de corrientes representa la zona de inestabilidad, donde el modelo de playa en equilibrio estático, no había podido ajustarse. El resto de la playa se encuentra prácticamente en equilibrio, tal y como lo muestran los dos modelos.

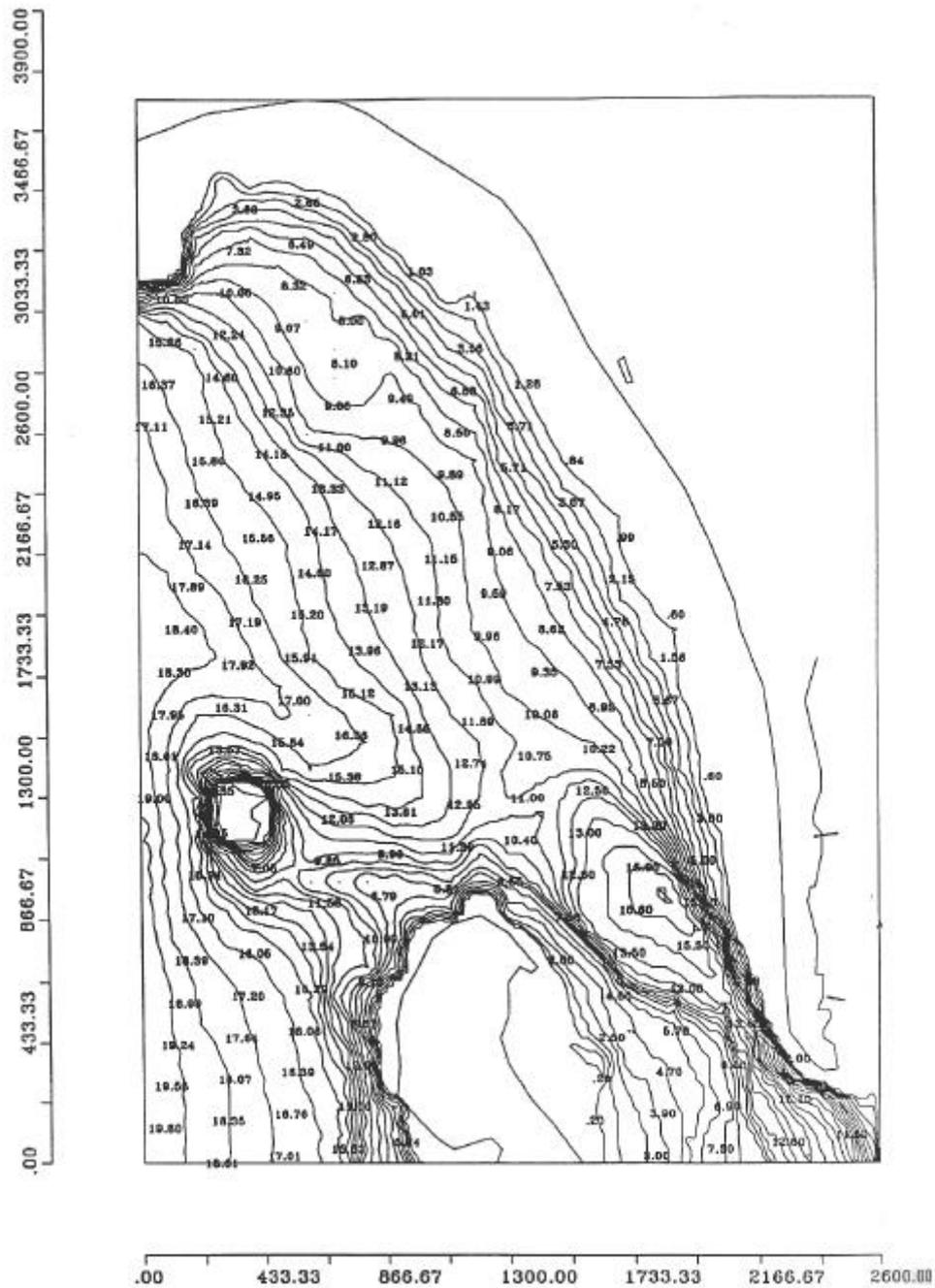


Figura 5.14. Batimetría Playa de El Puntal

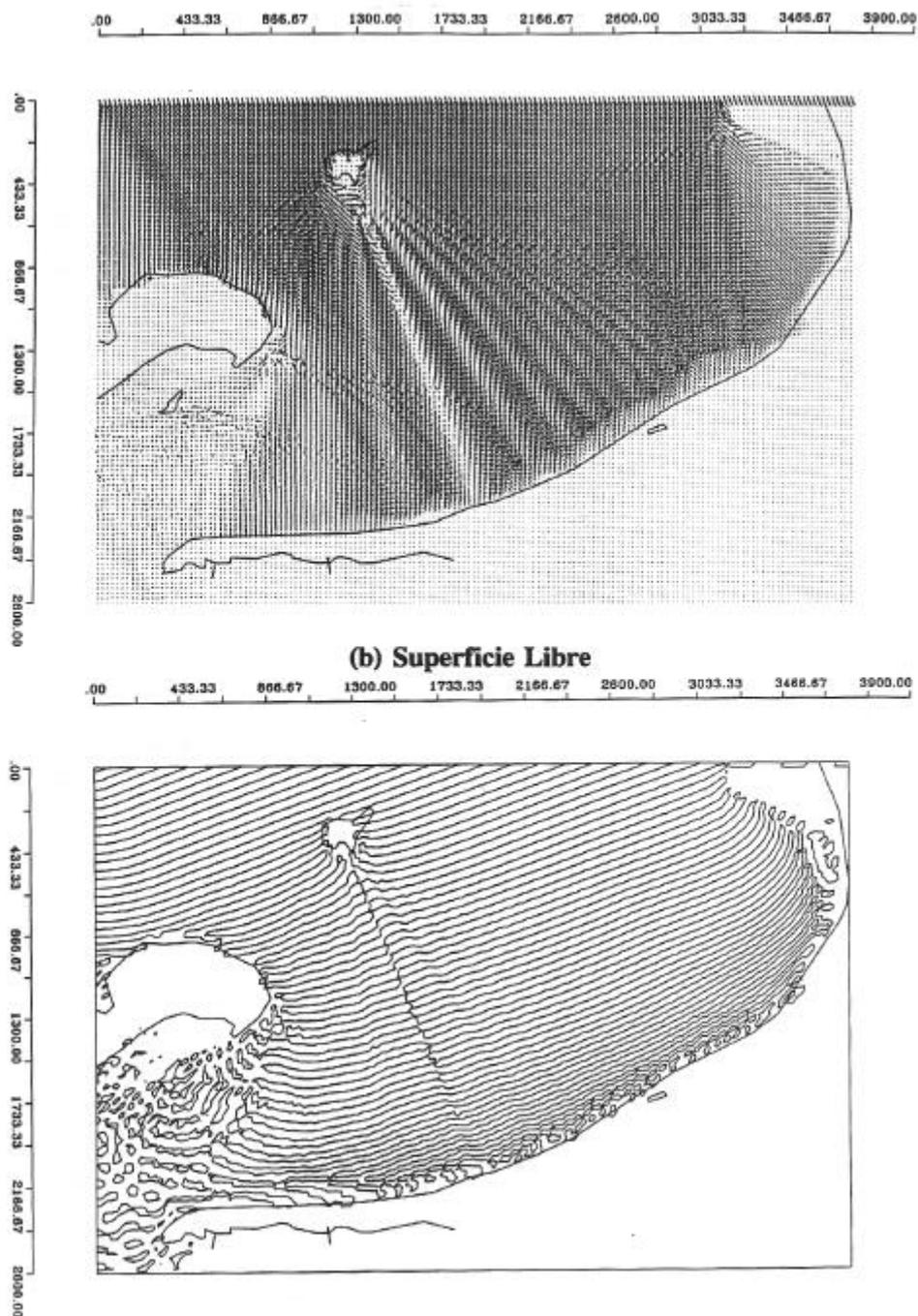


Figura 5.15. Propagación del oleaje (Puntal). $H = 5.0$ m, $T = 8$ s, DIR = NNW

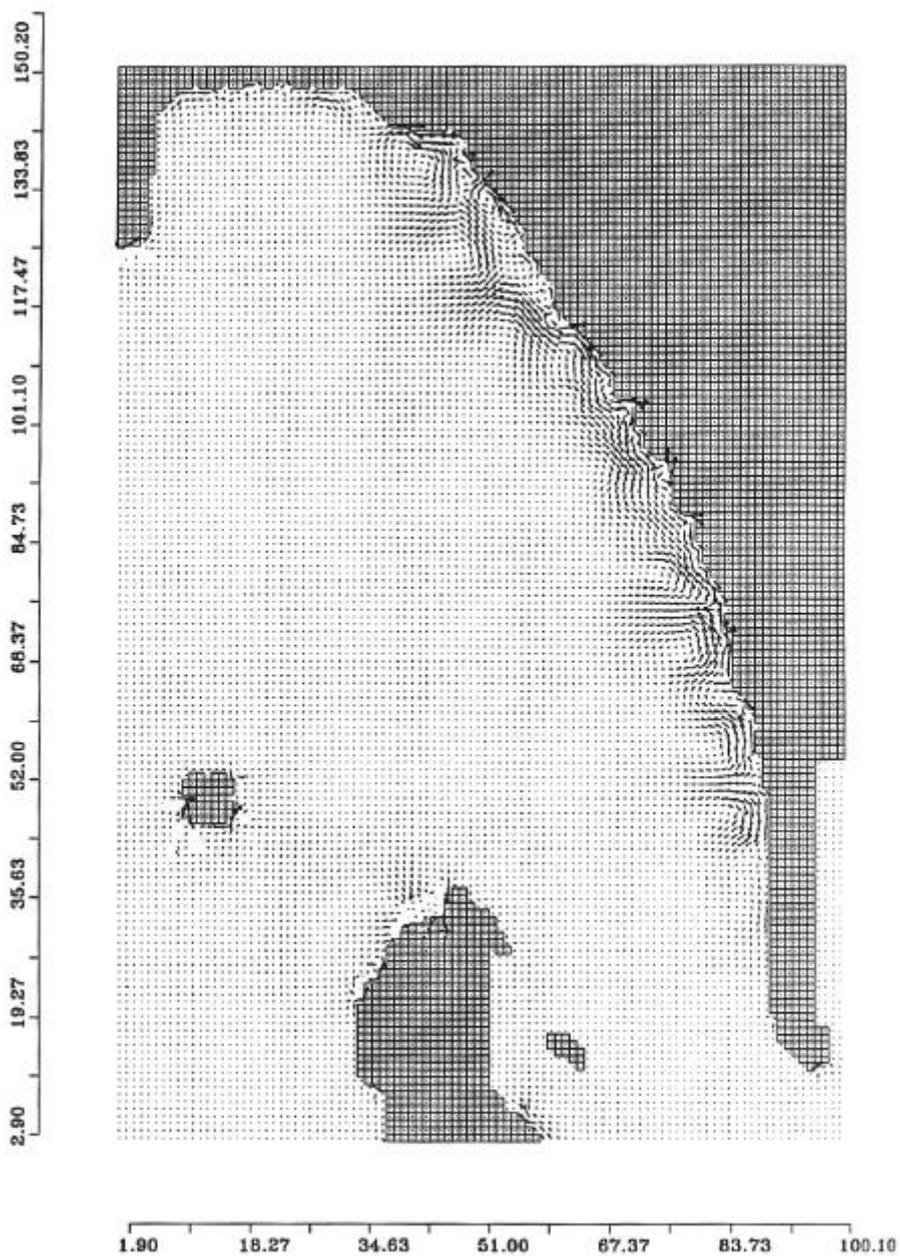
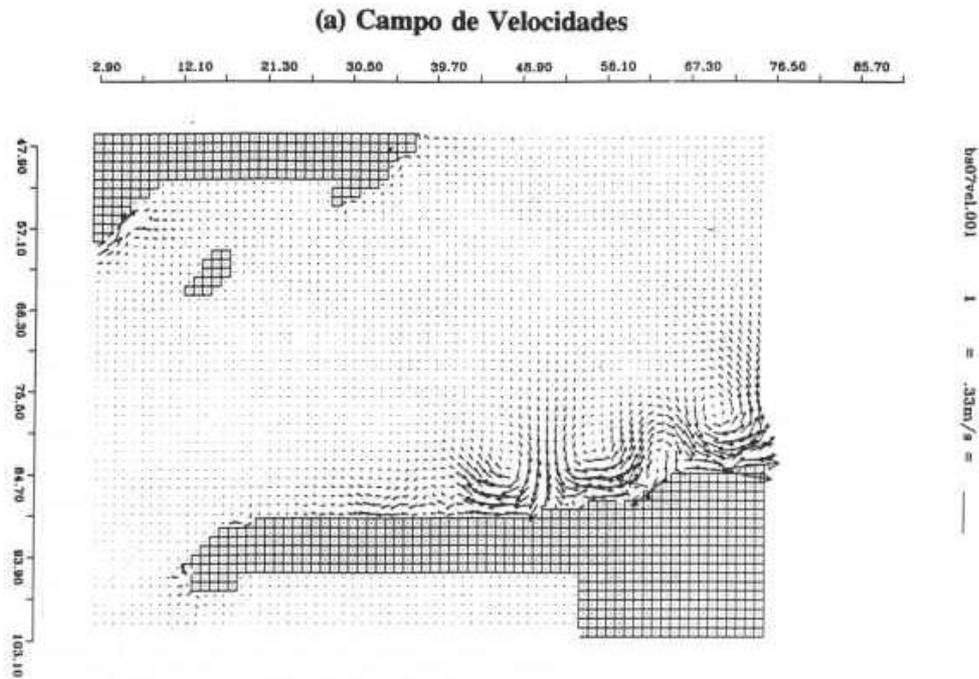


Figura 5.16. Campo de corrientes debido al oleaje (El Puntal).
(Oleaje: $H = 5.0$ m, $T = 8$ s, DIR = NNW
Corrientes: $C = 15$, $\epsilon = 25$)



(b) Fotografía del Puntal

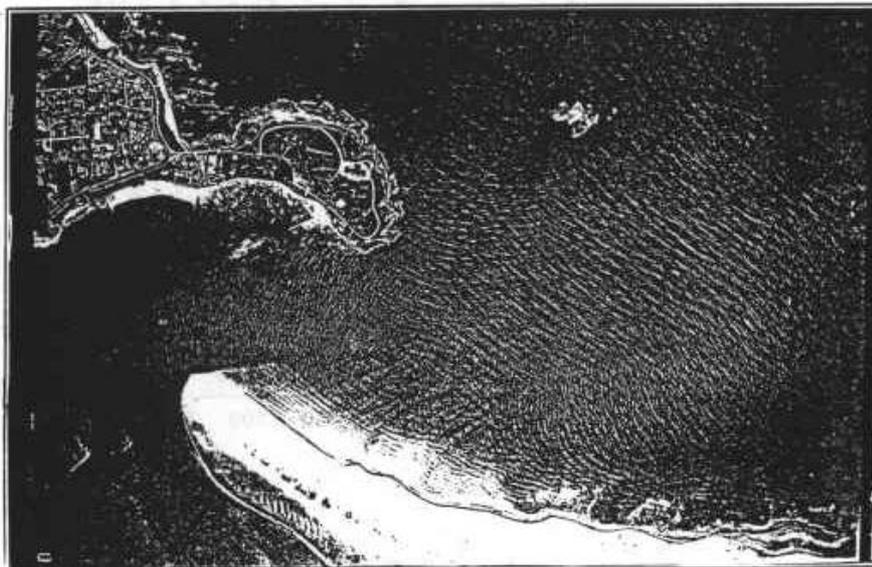


Figura 5.17. Efecto de las corrientes en la Playa de El Puntal

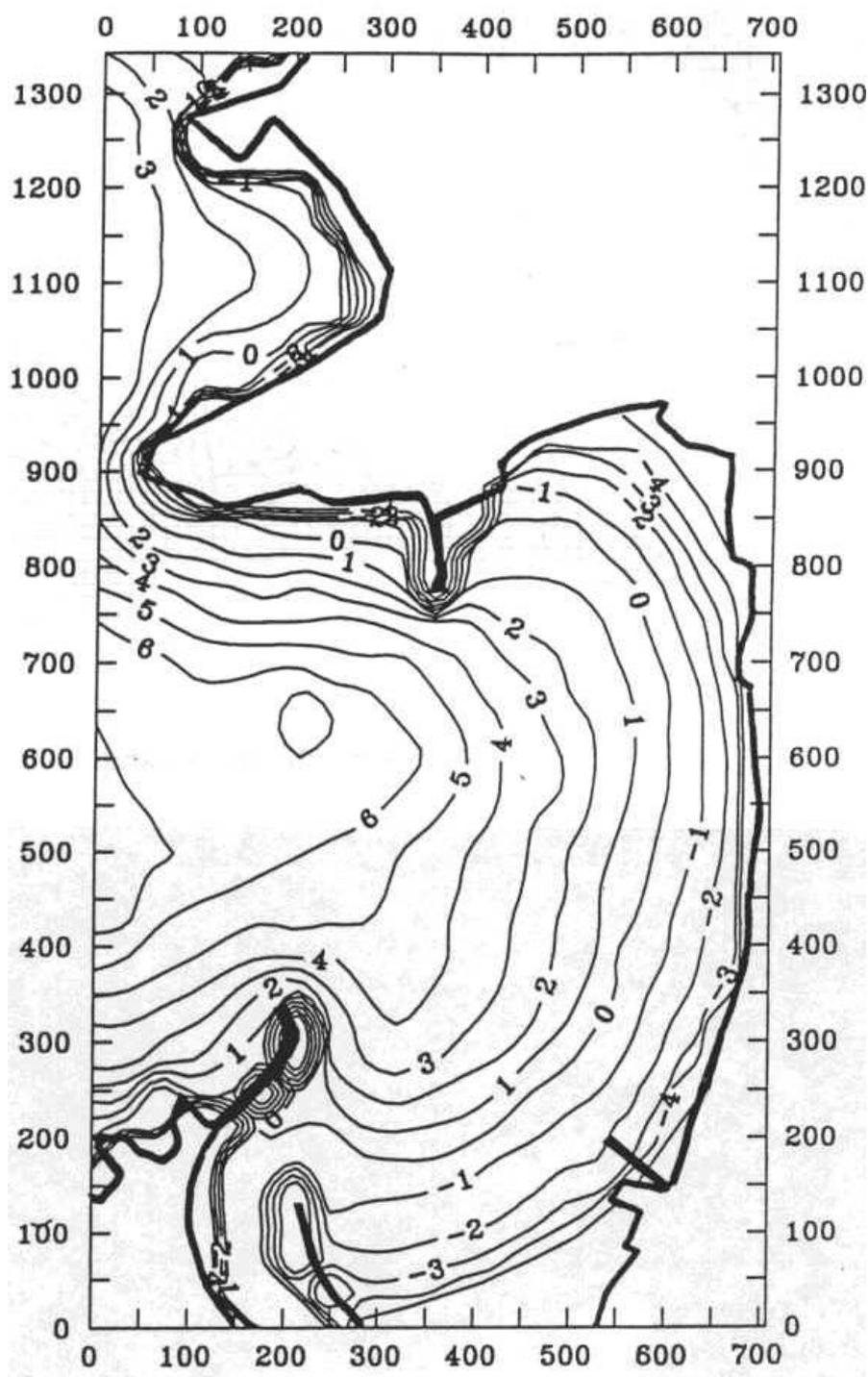


Figura 5.18. Playa de Plentzia (Vizcaya). Batimetría de la malla.

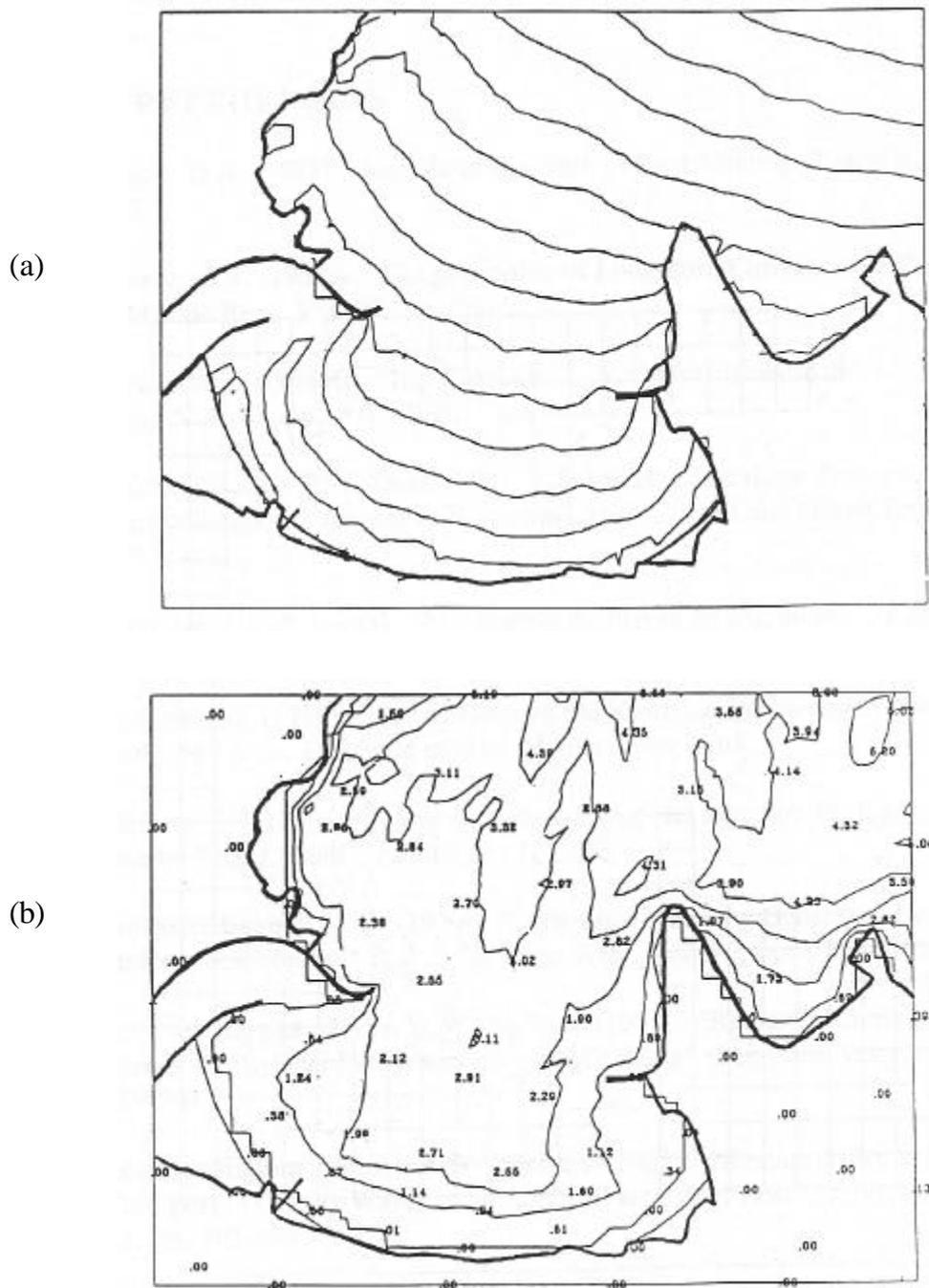


Figura 5.19. Propagación del oleaje. Plentzia (Vizcaya)
 (a) Superficie libre (una componente). $T_p = 18$ s, NW, $H_S = 4$ m
 (b) Altura de ola significativa. Isolíneas de altura de ola significativa

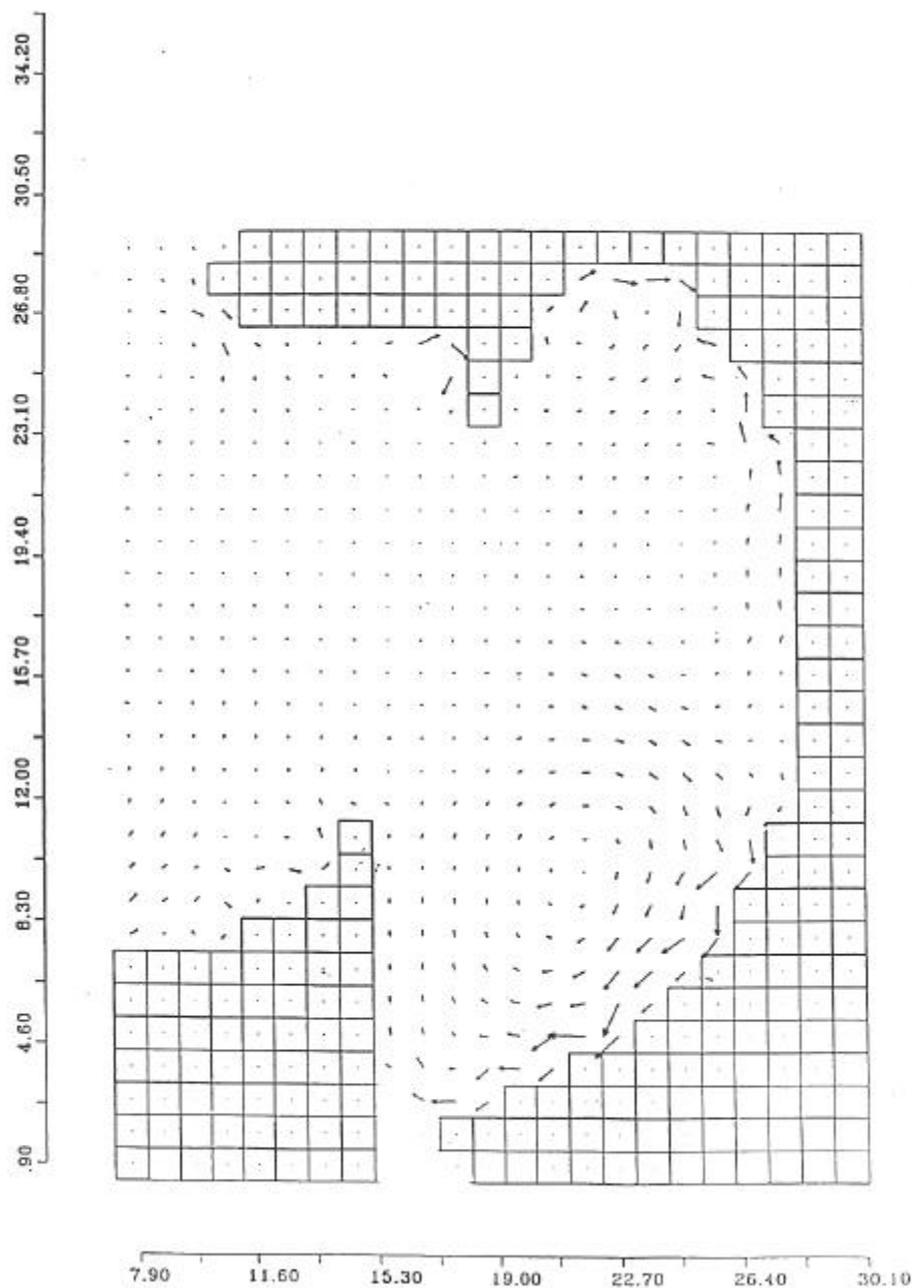


Figura 5.20. Corrientes en la Playa de Plentzia. $T_p = 18$ s, NW, $H_s = 5$ m

CAPÍTULO 6

BIBLIOGRAFÍA



6. BIBLIOGRAFÍA

Basco, D.R. (1983). "*Surf-Zone Currents*". Coastal Engrg., Elsevier, 7, pp. 331-357.

Bowen, A.J. (1969a). "*The generation of Longshore Currents on a Plane Beach*". Marine Res., Vol. 27, pp. 206-215.

Bowen, A.J. (1969b). "*Rip Currents, 1: Technical Investigations*". J. Geophys. Res., Vol. 83, pp. 1913-1920.

Dally, W., and R.G. Dean (1984). "*Suspended Sediment Transport and Beach Profile Solution*", Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng. Vol. 110, N° 1, p 15 - 33.

Einstein, H.A (1950). "*The Bed Load Function For Sediment Transport in open Channel Flows*", Tech. Boll. No 1026 Dept. Agriculture Soil Conservation. Washington D.C

Gladki, H (1975). "*Discussion of Determination of Sand Roughness for Fixed Beds*", Journal of Hydraulic Research, Vol. 13, No. 2.

González, E.M. (1995). "*Morfología de Playas en Equilibrio. Planta y Perfil*". Tesis Doctoral. Universidad de Cantabria. España.

Grant, W.D., O.S. Madsen (1979). "*Combined Wave and Current Interaction with a Rough Bottom*". J. Geophys. Res., Vol. 84, pp. 1797-1808.

Hey, R. D. (1979). "*Flow Resistance in Gravel Bed Rivers*", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. HY4.

Johnson, I.G. (1919). "*Shore Processes and Shoreline Development*". Wiley. New York, 589 págs. Facsimile edition: Hafner, New York.

Johnson, I.G. (1966). "*Wave Boundary Layer and Function Factors*". Proc. 10th Coastal Engrg. Conf., ASCE, pp. 127-148.



Kamphuis, J. W. (1974). "Determination of Sand Roughness for Fixed Beds," *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 12, No 2.

Longuet-Higgins, M.S. (1970). "*Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves*". 1, 2, 5 *Geophys. Res.*, Vol. 75, pp. 6778-6801.

Longuet-Higgins, M.S., R.W. Stewart (1964). "*Radiation Stresses in Water Waves - A Physical Discussion with Applications*". *Deep-Sea Res.*, Vol. 11, pp. 529-562.

Longuet-Higgins, M.S., R.W. Stewart (1962). "*Radiation Stress and Mass Transport in Gravity Waves, with Application to 'Surf Beat'*". 5, *Fluid Mech.*, Vol. 13, pp. 481-504.

Sawaragi, T. (1992). "*Detached Breakwaters*". Proceedings of the Short Course on Design and Reliability of Coastal Structures. 23rd International Conference on Coastal Engineering. Venecia, 1-3 de Octubre de 1992.

Shepard, F.P., D.L. Inman (1950). "*Nearshore Circulation Related to Bottom Topography and Wave Refraction*". *Trans. Am. Geophys. Union*, Vol. 3, No. 2, pp. 196-212.

Stive, M.J.F., J.A. Battjes (1984). "*A Model for Offshore Sediment Transport*". Proc. 19th Intl. Coastal Engineering Conference, ASCE, pp. 1420-1436.

Tanaka, H., y Shuto (1981). "*Function Coefficient for a Wave-Current Coexistent System*". *Coastal Engrg. in Japan*, Vol. 24, pp. 105-128.

Thornton, E.B. (1970). "*Variation of Longshore Current across the Surf Zone*". Proc. 12th Coastal Engineering Conference, ASCE, pp. 291-308.

Van Rijn, L.C (1984a) . "*Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport*", *Journal of the Hydraulics Engineering ASCE*, Vol. 110, No 10, pp 1431-1456.

Van Rijn, L.C (1984b). "*Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport*", *Journal of the Hydraulics Engineering ASCE*, Vol. 110, No 11, pp 1613-1641.

Van Rijn L.C (1993). "*Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal seas, University of Utrecht, Delft Hydraulics*", The Netherlands. 2



de Vriend, H.J. (1987). *"Two- and Three-Dimensional Mathematical Modelling of Coastal Morphology"*. Delft Hydraulics Communications, No. 377.

Yalin, M.S. (1972). *"Mechanics of Sediment Transport"*, Pergamon Press, Braunschweig, Germany.